

Grado en Ingeniería Eléctrica
2018-2019

Trabajo Fin de Grado

“Cálculo de inductancias propias y mutuas entre secciones de un transformador (específico)”

Alejandro García Izquierdo

Tutor

Juan Carlos Burgos Díaz

Leganés a 2 de julio de 2019



Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons **Reconocimiento – No Comercial – Sin Obra Derivada**

RESUMEN

Un transformador de potencia es una máquina eléctrica tridimensional formada por múltiples elementos, que en conjunto no presentan simetría. Esto significa, que si se desea calcular cualquier parámetro de la máquina se debe construir un modelo 3D. Sin embargo, el modelado 3D de un transformador requiere de un hardware y un tiempo del que frecuentemente no se dispone, por ello, tradicionalmente se recurre a modelos 2D con simetría axial.

En esta memoria se implementará el uso de un modelo 2D del transformador completo equivalente al modelo 2D axisimétrico convencional en un entorno de software de elementos finitos para el cálculo de las inductancias propias y mutuas de un transformador de potencia.

Durante la memoria, se irán estableciendo cada una de las características del modelo 2D del transformador completo, o modelo 2D completo, y cada una de las diferencias que se han tenido que adaptar para su uso.

Palabras clave: Transformador de potencia; Método de elementos finitos; Transformador de potencia Yz

ABSTRTACT

A power transformer is a three-dimensional electric machine formed by multiple elements that in conjunction don't present any symmetry. This means that for any parameter calculation of the machine a 3D model is needed. However, a 3D model of the transformer requires a heavy hardware resources and some time that aren't usually available, therefore a 2D model with axial symmetry is used.

In this memory a 2D complete model of the transformer will be built as an equivalence of the 2D model with axial symmetry in a software environment for infinite element calculations of self-inductance and mutual inductance.

Within this memory, all the characteristics of the 2D complete model of the transformer, or 2D complete model, will be set up alongside all the differences of each model and their adaptation for its usage.

Keywords: Power transformer; Finite elements Method; Yz power transformer

ÍNDICE

RESUMEN	III
ABSTRACT	IV
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS	X
1. INTRODUCCIÓN	1
1.2. Introducción.....	1
1.3. Objetivos.....	1
1.3.1. Estructura del trabajo.....	2
2. EL TRANSFORMADOR DE POTENCIA.....	3
2.1. Principio de funcionamiento	3
2.2. Conexiones entre arrollamientos	4
2.3. El transformador Yz	5
2.4. Circuito equivalente del transformador	7
3. ANÁLISIS DEL TRANSFORMADOR EN CORTOCIRCUITO.....	10
3.1. Cortocircuito trifásico en bornas	10
3.2. Cortocircuitos asimétricos en bornas	11
Caso 1: Cortocircuitos monofásicos fase-neutro.....	11
Caso 2: Cortocircuito bifásico fase-fase.....	12
Caso 3: Cortocircuito bifásico a tierra (fase-fase-tierra).....	13
3.3. Cortocircuitos entre espiras	14
3.4. Aplicación al caso de un transformador monofásico	18
3.5. Aplicación al caso del transformador Yz.....	21
4. CÁLCULO DE INDUCTANCIAS PROPIAS Y MUTUAS.....	24
4.1. Concepto de inductancias propias y mutuas.....	24
4.2. Energía magnética almacenada	25
4.3. Cálculo de inductancias propias y mutuas.....	25
5. ESTUDIO DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO.	27
5.1. Introducción.....	27
5.2. Definición del transformador monofásico.	27
5.3. Comparación entre los estudios en corriente alterna y corriente continua.	29
5.4. Comparación de la precisión obtenida al calcular la inductancia de dispersión con diferentes procedimientos.....	32
5.4.1. Impedancia de cortocircuito del transformador	34

5.5. Estudio de la profundidad equivalente.	36
6. ESTUDIO DEL TRANSFORMADOR TRIFÁSICO YZ. RESULTADOS	40
6.1. Descripción del transformador en estudio	40
6.2. Impedancia de cortocircuito del transformador	41
7. ESTUDIO DEL TRANSFORMADOR TRIFÁSICO CON MODELO COMPLETO.....	47
7.1. Estudio de inductancias propias y mutuas.	47
7.1.1. Calculo de inductancias propias.....	50
7.1.2. Calculo de inductancias mutuas.....	52
8. PRESUPUESTO.....	58
9. RESUMEN Y CONCLUSIONES	59
8.1. Resumen	59
8.2. Conclusiones	60
8.3. Sugerencias para trabajos futuros	60
BIBLIOGRAFÍA	62
ANEXOS	64
A. Cálculo teórico de profundidad equivalente.....	64
Modelo 2D con simetría axial.	64
Modelo 2D completo.....	65

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 2.1: esquema básico de un transformador monofásico. _____	3
Ilustración 2.2: transformador Yy. _____	4
Ilustración 2.3: transformador Dd. _____	4
Ilustración 2.4: transformador Yd. _____	4
Ilustración 2.5: transformador Dy. _____	4
Ilustración 2.6: devanado en triángulo y su representación fasorial de tensiones. _____	5
Ilustración 2.7: bobina $B1 - B2$ cambiada de sentido. _____	5
Ilustración 2.8: configuración de bobinas para transformadores Yz. _____	6
Ilustración 2.9: cálculo del índice horario de un transformador Yz. _____	6
Ilustración 2.10: circuito equivalente monofásico del transformador. _____	7
Ilustración 2.11: : circuito equivalente aproximado del transformador. _____	8
Ilustración 2.12: circuito equivalente simplificado. _____	9
Ilustración 3.1: circuito monofásico equivalente ante un cortocircuito trifásico. _____	10
Ilustración 3.2: cortocircuito monofásico con impedancia de falta. _____	11
Ilustración 3.3: redes de secuencia para el estudio de falta monofásica. _____	12
Ilustración 3.4: falta bifásica fase-fase. _____	13
Ilustración 3.5: red de secuencia de cortocircuito bifásico. _____	13
Ilustración 3.6: fallo bifásico a tierra. _____	13
Ilustración 3.7: redes de secuencia para fallo bifásico a tierra. _____	14
Ilustración 3.8: arrollamientos del transformador. _____	14
Ilustración 3.9: cortocircuito entre espiras en la fase S. _____	15
Ilustración 3.10: perfil de arrollamientos simplificados con la circulación de corriente de cortocircuito. _____	19
Ilustración 3.11: esquema eléctrico del cortocircuito entre espiras. _____	19
Ilustración 4.1: flujo disperso del transformador. _____	24
Ilustración 5.1: geometría del transformador. Cotas en mm. _____	28
Ilustración 5.2: selección del modo para simulación con Comsol Multiphysics. _____	29
Ilustración 5.3: representación del transformador monofásico en Comsol Multiphysics. _____	30
Ilustración 5.4: diseño del transformador monofásico en Comsol Multiphysics con verificación de densidad de corriente. _____	31
Ilustración 5.5: diseño del transformador monofásico en Comsol Multiphysics con verificación de densidad de corriente. _____	32
Ilustración 5.6: inducción magnética obtenida en el caso de ensayo en cortocircuito. _____	33
Ilustración 5.7: selección del modo para simulación con Comsol Multiphysics. _____	36
Ilustración 5.8: modelo de transformador monofásico en 2D en Comsol Multiphysics. _____	37
Ilustración 5.9: inducción magnética obtenida mediante el ensayo de corrientes independientes. _____	38
Ilustración 6.1: geometría del transformador. Cotas en mm. _____	41
Ilustración 6.2: selección del modo para simulación en Comsol Multiphysics. _____	42
Ilustración 6.3: diseño del transformador en Comsol Multiphysics. _____	42
Ilustración 6.4: transformador Yz7. _____	43
Ilustración 6.5: cálculo del índice horario del transformador. _____	43

Ilustración 7.1: modelo de 2D para simulación en Comsol Multiphysics. _____	47
Ilustración 7.2: resultados para el estudio de la impedancia de cortocircuito. _____	48
Ilustración 7.3: resultados para el estudio de la fase R. _____	50
Ilustración 7.4: resultados del estudio de la interacción de las bobinas R y r1 _____	53
Ilustración 0.1: modelo 2D con simetría axial en Comsol Multiphysics. _____	64
Ilustración 0.2: modelo 2D completo en Comsol Multiphysics. _____	66

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 5.1: densidades de corriente para la simulación en corriente continua. _____	30
Tabla 5.2: resultados del ensayo de corriente continua en el transformador monofásico. ____	31
Tabla 5.3: densidades de corriente para la simulación en corriente alterna. _____	31
Tabla 5.4: resultados del ensayo de corriente alterna en el transformador monofásico. _____	32
Tabla 5.5: Corriente en los arrollamientos de AT y BT, suma de amperios-vuelta y densidades de corriente correspondientes a los ensayos para la realización en Comsol Multiphysics. ____	33
Tabla 5.6: energía magnética almacenada en cada elemento del transformador monofásico axisimétrico. _____	33
Tabla 5.7: valores de corriente y densidad de corriente para los ensayos. _____	37
Tabla 5.8: energías almacenadas en cada recinto por unidad de longitud. _____	38
Tabla 6.1: valores en continua de los arrollamientos según las expresiones de corriente alterna. _____	44
Tabla 6.2: valores en continua de los arrollamientos según las expresiones de corriente alterna. _____	44
Tabla 6.3: valores de energía magnética almacenada en julios en el transformador. _____	45
Tabla 6.4: valores de energía magnética almacenada en julios en el transformador. _____	45
Tabla 7.1: resultados de la simulación con Comsol Multiphysics. _____	49
Tabla 7.2: resultados de la inductancia propia de cada bobina de alta tensión. _____	51
Tabla 7.3: resultado de la inductancia propia para cada bobina de baja tensión. _____	51
Tabla 7.4: resultados de la energía almacenada en cada elemento e impedancia de cortocircuito. _____	54
Tabla 7.5: resultados de la energía almacenada en cada elemento e impedancia de cortocircuito. _____	55
Tabla 7.6: resultados de la energía almacenada en cada elemento e impedancia de cortocircuito. _____	56

1. INTRODUCCIÓN

1.2. Introducción

En la sociedad actual resulta impensable la ausencia del suministro eléctrico. Esta dependencia ha aumentado con el tiempo y hoy en día resulta vital un suministro fiable y de calidad.

Una de las máquinas eléctricas que hacen esto posible es el transformador de potencia, un elemento que eleva la tensión en las centrales de generación para su transporte y posteriormente la baja para su distribución en las subestaciones. Su retirada en servicio puede resultar en un cese de suministro eléctrico, y es por ello por lo que resulta un elemento indispensable en la red.

Una avería en un transformador puede resultar en un corte breve del suministro o una reducción de la potencia transferida por este (avería en un ventilador de un transformador ONAF) o en una retirada temporal o permanente del transformador (cortocircuito entre espiras), cesando así la actividad principal de la subestación, con el corte de suministro eléctrico que esto conlleva.

Para evitar que estos fallos se reproduzcan, es necesario llevar a cabo un estudio para detectar estos fallos y su causa. En el presente TFG se lleva a cabo el primer paso para el estudio: el cálculo de las inductancias propias y mutuas.

1.3. Objetivos

El objetivo inicial era analizar un cortocircuito entre espiras de un transformador trifásico Yz. Sin embargo, pronto se vio que el objetivo excedía con mucho la carga lectiva de un TFG y se acotó el objetivo al cálculo de las inductancias propias y mutuas de un transformador Yz.

A pesar de ello, en el capítulo 3 se muestran los trabajos llevados a cabo para un transformador trifásico, ya que han supuesto un tiempo relativamente importante del trabajo desarrollado.

Debido al arrollamiento en zig-zag del transformador, los métodos de análisis convencionales no resultaban demasiado precisos. Estos métodos se basan en un modelo 2D con simetría axial y corriente continua para su cálculo, debido a la buena aproximación que este genera, sin embargo, para un transformador con la configuración Yz, los flujos generados en el núcleo magnético dependen del desfase generado en el arrollamiento en zig-zag, por lo que este método resultaba poco conveniente para los objetivos establecidos, y se decidió dividir en dos subobjetivos: establecer la relación entre la corriente continua y la corriente alterna para el cálculo de las inductancias propias y mutuas del transformador, y la relación entre los modelos

de análisis 2D con simetría axial y el modelo 2D completo (también llamado modelo 2D plano en este documento).

1.3.1. Estructura del trabajo

El trabajo se divide en la siguiente estructura:

En el capítulo 1 se expone la motivación del trabajo y los objetivos planteados para este. En este capítulo destaca la importancia del transformador de potencia para la red eléctrica, tanto la red de transporte como la red de distribución.

En el capítulo 2 se exponen los principios generales del transformador, así como su circuito equivalente.

En el capítulo 3 se explican los diferentes tipos de cortocircuitos a los que puede estar sometidos un transformador de potencia en la red eléctrica, y como se analiza el transformador ante cada tipo de falta.

En el capítulo 4 se establecen las bases de cálculo para la obtención de las inductancias propias y mutuas del transformador en estudio.

En el capítulo 5 se aplican las bases de cálculo del capítulo 4 y se muestran las simulaciones realizadas en un transformador monofásico. Además, se compara el uso de corriente continua con corriente alterna para posteriores capítulos y se compara el método clásico [1] con el método de enlaces de flujo para determinar si la precisión obtenida es lo suficientemente adecuada para seguir usando el método clásico.

En el capítulo 6 se muestran las simulaciones realizadas y se analiza el transformador en estudio mediante el método clásico [1].

En el capítulo 7 se muestran las simulaciones realizadas y se analiza el transformador en estudio mediante un modelo 2D completo y se comparan los resultados con los obtenidos en el capítulo 6. Además, se exponen las inductancias propias y mutuas del transformador en estudio.

En el capítulo 8 concluye este Trabajo de Fin de Grado con el resumen y conclusiones del mismo.

2. EL TRANSFORMADOR DE POTENCIA

2.1. Principio de funcionamiento

El transformador es una máquina que transfiere energía entre dos sistemas con diferentes tensiones.

En la mayoría de aplicaciones, este aparato trabaja con corriente alterna senoidal, caracterizada por un valor eficaz y una frecuencia.

Un transformador está constituido principalmente por un bobinado de entrada, que a partir de ahora se llamará devanado primario (U_1 , I_1 y N_1), un bobinado de salida, que a partir de ahora se llamará devanado secundario (U_2 , I_2 y N_2) y un núcleo magnético por el cual circula un flujo magnético Φ (ilustración 2.1).

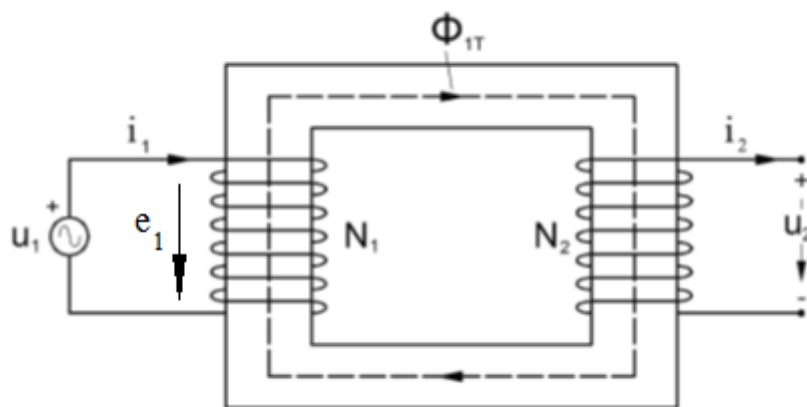


Ilustración 2.1: esquema básico de un transformador monofásico.

La tensión aplicada al primario provoca la circulación de corrientes por el mismo. Esta corriente crea un flujo magnético. Dado que la tensión aplicada es variable en el tiempo, la corriente, y por consiguiente el flujo creado también lo será. Según la ley de Faraday este flujo engendra en el arrollamiento primario una f.e.m.:

$$e_1 = N_1 * \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.1)$$

Despreciando en una primera instancia la caída de tensión en la resistencia del primario la f.e.m. es igual a la tensión aplicada:

$$U_1 = e_1$$

Donde obtenemos que el flujo resultante es:

$$\Phi = \frac{1}{N_1} \int e_1 * dt \quad (2.2)$$

El flujo creado por el devanado primario inducirá una tensión en el devanado secundario. Esta tensión o fuerza electromotriz inducida viene dada por la ecuación 2.2 aplicada al devanado secundario:

$$e_2 = N_2 * \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.3)$$

La relación entre las tensiones de entrada y salida del transformador se denomina relación de transformación, y viene dada por la siguiente ecuación:

$$r_t = \frac{U_1}{U_2} \quad (2.4)$$

2.2. Conexiones entre arrollamientos

Los arrollamientos son la parte del transformador encargada de recibir la energía del sistema de entrada (arrollamiento primario) y entregarla al sistema de salida (arrollamiento secundario), creando un flujo a través del núcleo magnético.

Estos están formados generalmente de cobre, mediante hilo o pletina arrollada sobre un carrete aislante.

Para el caso planteado se usará un transformador trifásico. Para este caso existen las siguientes conexiones:

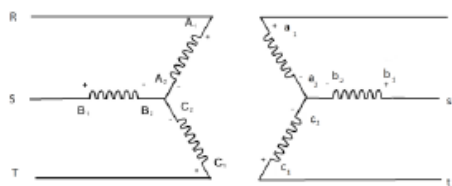


Ilustración 2.2: transformador Yy.

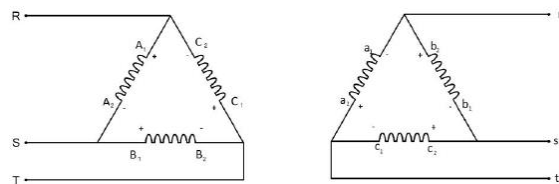


Ilustración 2.3: transformador Dd.

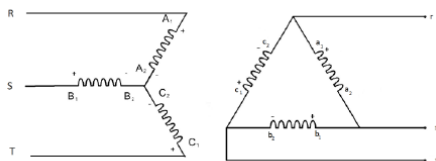


Ilustración 2.4: transformador Yd.

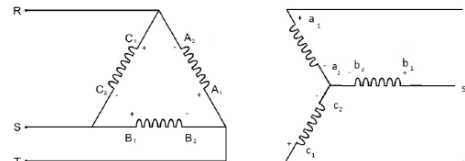


Ilustración 2.5: transformador Dy.

Además, existe otro tipo de conexión del cual se hablará posteriormente.

Las conexiones de las bobinas son indispensables para el buen funcionamiento del transformador. Por ejemplo, para el caso de un arrollamiento en triángulo, el triángulo de tensiones y sus bobinas se construirían de acuerdo a la ilustración 2.6:

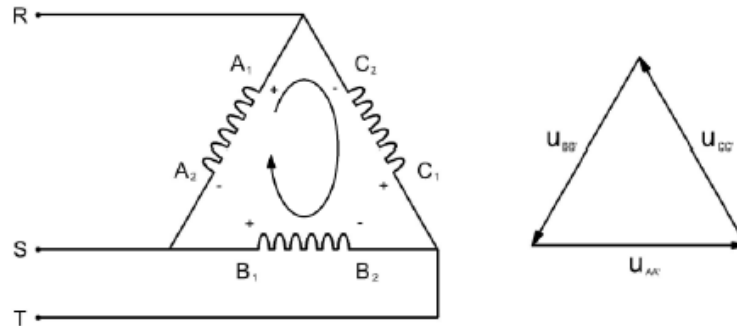


Ilustración 2.6: devanado en triángulo y su representación fasorial de tensiones.

Al cambiar el sentido de la bobina, la suma de tensiones del triángulo fasorial no suma cero, como se puede comprobar en la ilustración 2.7, esto implica que el transformador no está equilibrado, por lo que circulará corriente por los devanados incluso en ausencia de carga.

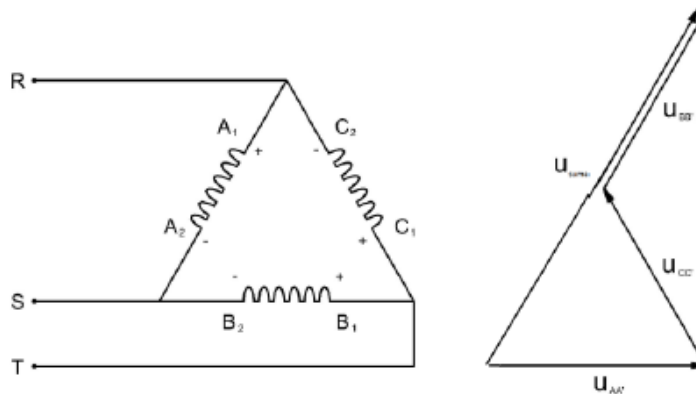


Ilustración 2.7: bobina B_1 - B_2 cambiada de sentido.

2.3. El transformador Yz

El transformador Yy tiene características que lo hacen muy aconsejable (por ejemplo, reduce la tensión por fase de los arrollamientos, permite aislar el neutro en ambos lados del transformador) pero tiene un comportamiento no deseado ante cargas desequilibradas (desequilibrio de cargas normales, cortocircuitos desequilibrados). Es por esto por lo que surgen los transformadores de configuración Yz.

El transformador Yz es un tipo de configuración especial de arrollamientos del transformador. Este tiene como característica principal que el arrollamiento secundario está dividido en dos

bobinas, donde el extremo no utilizado se usa para extraer un neutro. Esto se puede observar en la siguiente ilustración:

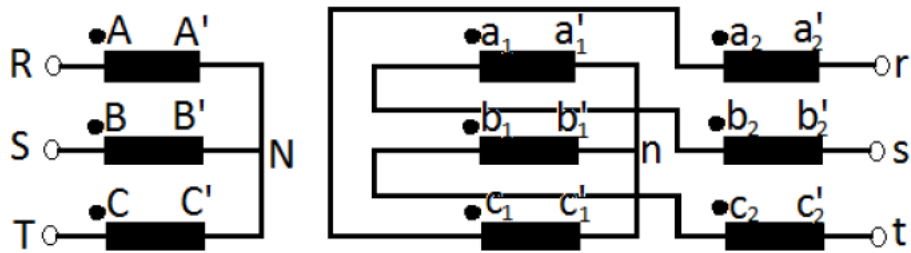


Ilustración 2.8: configuración de bobinas para transformadores Yz.

Esta configuración plantea dos problemas principales:

- La dificultad de construcción al montar los arrollamientos, ya que tienen que estar bien colocadas las bobinas, y en cuantas espiras se divide cada arrollamiento.
- El índice horario del transformador. Para su cálculo se deben tener en cuenta los dos arrollamientos de baja. Para el cálculo del transformador de la ilustración 2.8 se deben seguir los siguientes pasos:

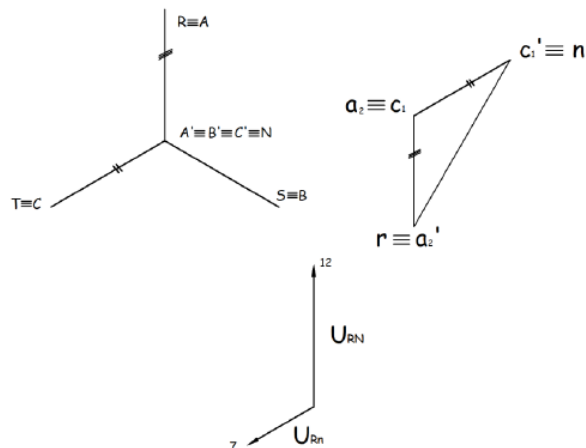


Ilustración 2.9: cálculo del índice horario de un transformador Yz.

Este tipo de conexión está diseñado para que no se generen sobretensiones fase-neutro ante la aparición de flujos homopolares en el núcleo. Esto se logra mediante la construcción de dos semi-devanados (mencionados anteriormente). El principal inconveniente de esta configuración es el aumento de volumen de cobre necesario para la construcción de estos semi-devanados, siendo este un 15% mayor que otro transformador con otra configuración y la misma relación de transformación y potencia asignada.

2.4. Circuito equivalente del transformador

El circuito equivalente del transformador es una herramienta usada por su simplicidad para el estudio eléctrico del mismo.

Las ecuaciones de un transformador en carga son:

$$\bar{U}_1 = R_1 * \bar{I}_1 + j * \omega * L_{d1} * \bar{I}_1 + \bar{E}_1 \quad (2.5)$$

$$\bar{E}_1 = j * \omega * N_1 * \bar{\Phi} \quad (2.6)$$

$$\bar{E}_2 = j * \omega * N_2 * \bar{\Phi} \quad (2.7)$$

$$\bar{U}_2 = \bar{E}_2 - R_2 * \bar{I}_2 - j * \omega * L_{d2} * \bar{I}_2 \quad (2.8)$$

$$\bar{U}_2 = \bar{Z}_L * \bar{I}_2 \quad (2.9)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \frac{N_1}{N_2} * \bar{I}_2 \quad (2.10)$$

Para el estudio del transformador, disponer de tantas ecuaciones puede resultar molesto. Además, en el conjunto de ecuaciones anterior existen variables poco interesantes para el estudio, como el flujo magnético. Para eliminar estas variables que no son de interés, se usará la ecuación (2.11):

$$E_1 = r_t * E_2 \quad (2.11)$$

Con esto, la ecuación (2.8) se despeja E_2 y se multiplican ambos lados del igual por la relación de transformación (2.11), el resultado se introduce en la ecuación (2.5) y se obtiene:

$$\bar{U}_1 = R_1 * \bar{I}_1 + j * X_{d1} * \bar{I}_1 + R_2 * r_t * \bar{I}_2 + j X_{d2} * r_t * \bar{I}_2 + r_t * \bar{U}_2 \quad (2.12)$$

Esta ecuación se puede representar de forma eléctrica en un circuito. Para tener en cuenta el hecho de que las corrientes I_1 y I_2/r_t no son iguales, se situará una rama derivación entre el primario y el secundario por la cual circulará la corriente de vacío I_0 . Esto se puede comprobar en la ilustración (2.10):

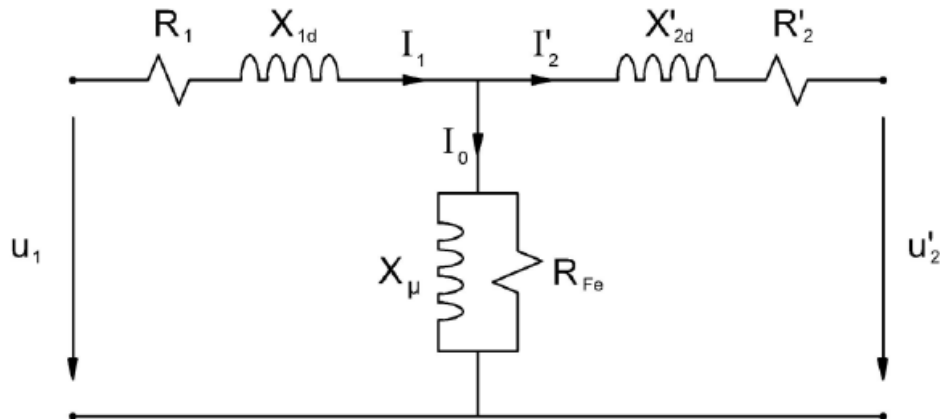


Ilustración 2.10: circuito equivalente monofásico del transformador.

En la anterior ilustración se cumple:

$$I'_2 = \frac{I_2}{r_t} \quad (2.13)$$

$$U'_2 = U_2 * r_t \quad (2.14)$$

$$R'_2 = R_2 * r_t^2 \quad (2.15)$$

$$X'_{2d} = X_{2d} * r_t^2 \quad (2.16)$$

$$Z'_L = Z_L * r_t^2 \quad (2.17)$$

$$Z'_2 = R'_2 + jX'_{2d} \quad (2.18)$$

Los elementos de la rama derivación son una resistencia y una reactancia, la resistencia equivale a las pérdidas en el hierro, y la reactancia equivale a la corriente magnetizante. Estos elementos se disponen en paralelo ya que estas pérdidas dependen de la tensión aplicada.

En algunos casos, el circuito de la ilustración 2.10 es incómodo de utilizar, es por este motivo por el cual la rama derivación se traslada a primer término, resultando en el circuito de la ilustración (2.11):

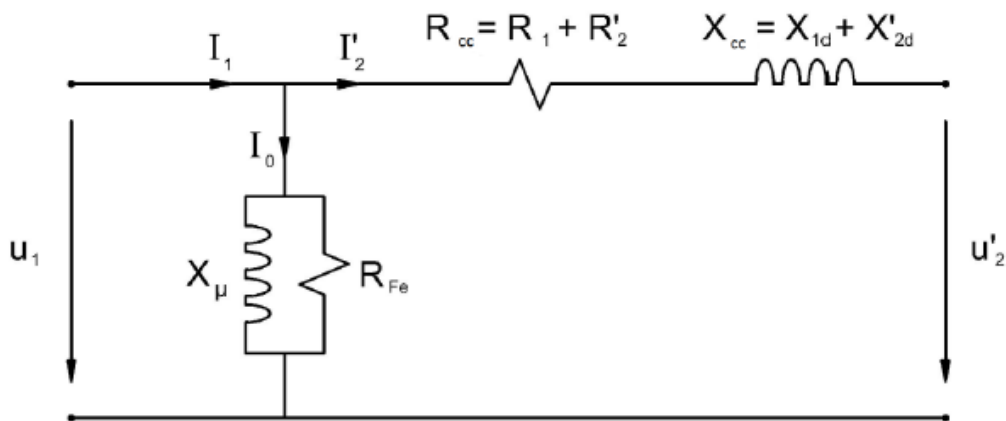


Ilustración 2.11: circuito equivalente aproximado del transformador.

Con este cambio, la reactancia de la rama en serie o reactancia de cortocircuito es la suma de la reactancia de dispersión primaria más la reactancia de dispersión secundaria reducida al primario. Del mismo modo, la resistencia de la rama en serie o resistencia de cortocircuito es la suma de la resistencia del primario y la resistencia del secundario reducida al primario.

La corriente de la rama derivación suele ser menor del 1% de la corriente nominal, por lo que es frecuente despreciar la rama derivación, quedando como resultado el circuito de la ilustración 2.12:

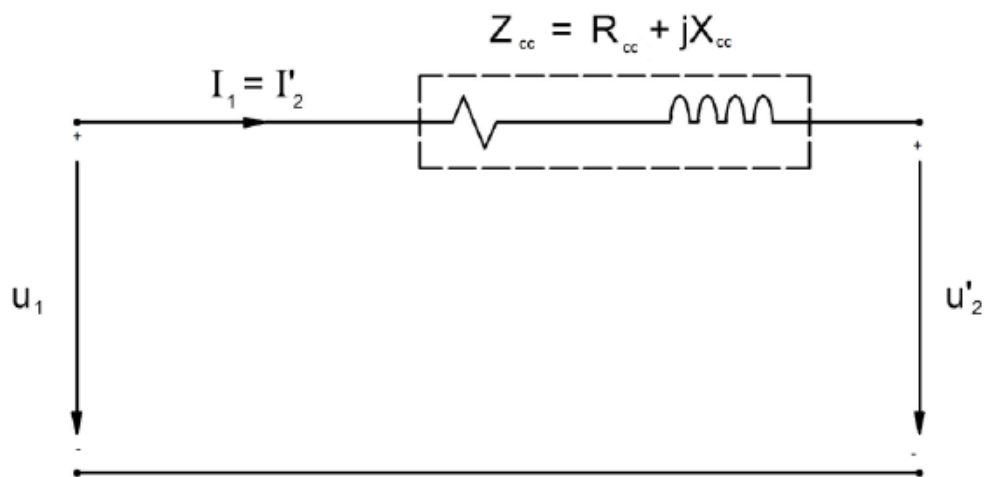


Ilustración 2.12: circuito equivalente simplificado.

3. ANÁLISIS DEL TRANSFORMADOR EN CORTOCIRCUITO

Los cortocircuitos en transformadores de potencia se pueden clasificar en dos tipos: los cortocircuitos en bornas del transformador y los cortocircuitos internos.

Los cortocircuitos en bornas del transformador no se deben traducir en una avería interna. Al detectar el cortocircuito las protecciones sacan de servicio el transformador y el servicio se puede reponer una vez que el circuito conectado en el secundario ha sido solucionado, de forma que el tiempo de interrupción de servicio es reducido (desde algunos segundos a horas). Este tipo de cortocircuitos se tratarán en los apartados 3.1 y 3.2.

Los cortocircuitos internos en el transformador, por el contrario, obligan a desconectar el transformador a de la red y llevarlo a reparar o, incluso mandarlo a achatar. El estudio de este tipo de cortocircuitos se aborda en el apartado 3.3 [2].

3.1. Cortocircuito trifásico en bornas

Un cortocircuito trifásico es aquel que involucra las tres fases del transformador. Al ser un cortocircuito equilibrado, se puede representar con su circuito monofásico equivalente fase-neutro:

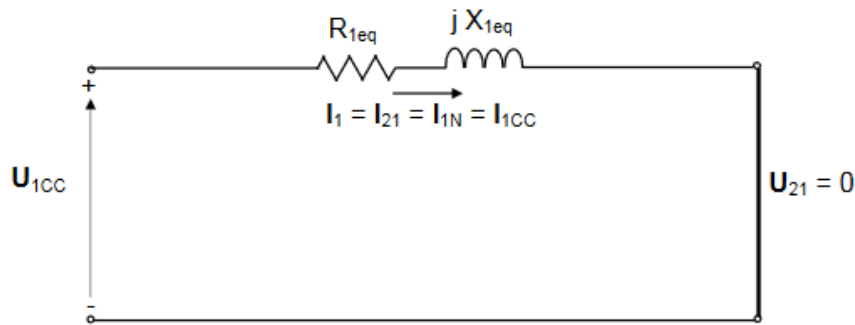


Ilustración 3.1: circuito monofásico equivalente ante un cortocircuito trifásico.

En este caso, U_{1cc} es la tensión aplicada al primario, y U_{21} es la tensión secundaria reducida al primario, que es cero debido a que el estudio es ante una falta franca trifásica, y R_{1eq} y X_{1eq} es la impedancia de cortocircuito del transformador referido al primario.

En este caso, la intensidad de cortocircuito se calcula como:

$$I_{1cc} = \frac{U_{1cc}}{R_{1eq} + jX_{1eq}} \quad (3.1)$$

Con esto obtenemos la corriente de cortocircuito en trifásico en bornas del transformador.

3.2. Cortocircuitos asimétricos en bornas

Para el análisis de este tipo de cortocircuitos, hay que recurrir a la teoría de las componentes simétricas. Para ello se aplicará el teorema de Fortescue: un sistema trifásico desequilibrado de fasores cualesquiera se puede descomponer en tres sistemas trifásicos de fasores equilibrados.

Las redes de secuencia son una transformación que se basa en dividir un sistema trifásico de tensiones o intensidades desequilibrado (A, B, C) en tres sistemas trifásicos equilibrados de diferente secuencia (secuencia directa, secuencia inversa y secuencia homopolar) cuando existe desequilibrio en la red trifásica aplicando el teorema de Fortescue. La obtención de las componentes de secuencia se obtiene mediante la aplicación de la matriz $[A]^{-1}$, a partir de las componentes de fase, mientras que para la obtención de los valores de fase se aplicará la matriz $[A]$ a partir de los valores de secuencia. La matriz $[A]$ se define como:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Donde $a = 1 \angle 120^\circ$ pu.

Caso 1: Cortocircuitos monofásicos fase-neutro.

Este tipo de cortocircuitos se denominan cortocircuitos monofásicos (ilustración 3.2).

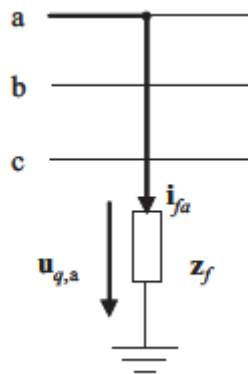


Ilustración 3.2: cortocircuito monofásico con impedancia de falta.

Para su estudio, las redes de secuencia se colocan en serie (ilustración 3.3):

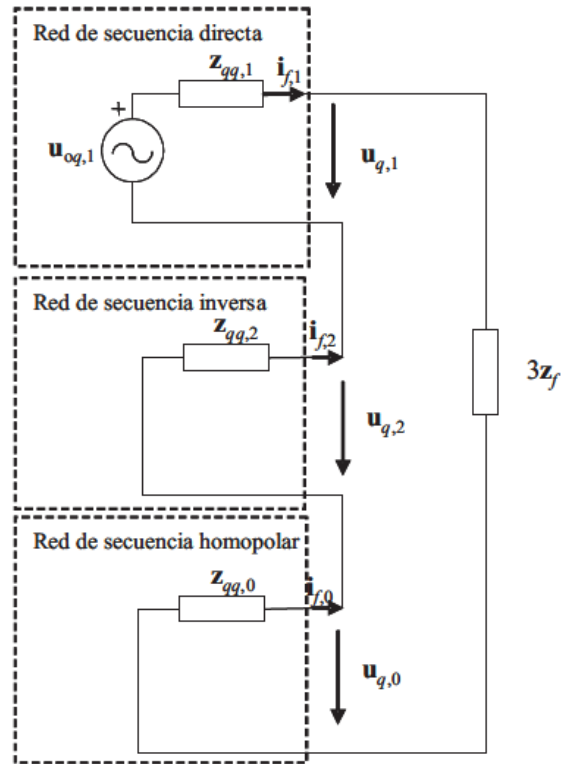


Ilustración 3.3: redes de secuencia para el estudio de falla monofásica.

En esta ilustración se muestra el equivalente Thévenin de las redes de secuencia del caso en estudio. Aplicando la matriz $[A]$, la ecuación obtenida para el cálculo de la intensidad de cortocircuito sería:

$$\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Como se puede observar en la ilustración (3.1), las intensidades de secuencia son iguales, por lo tanto, al resolver las corrientes de cortocircuito, resulta que las corrientes:

$$I_A = 3 * I_0$$

$$I_B = I_C = 0$$

Caso 2: Cortocircuito bifásico fase-fase.

Este cortocircuito se da cuando dos de las fases de una línea trifásica se ponen en contacto entre sí (ilustración 3.4):

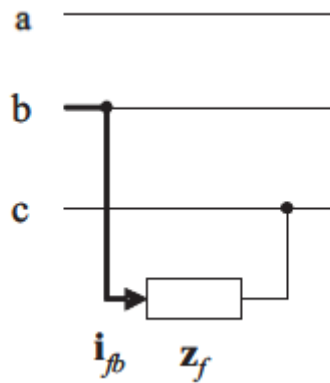


Ilustración 3.4: falta bifásica fase-fase.

En este caso, las redes de secuencia se colocan en paralelo (ilustración 3.5):

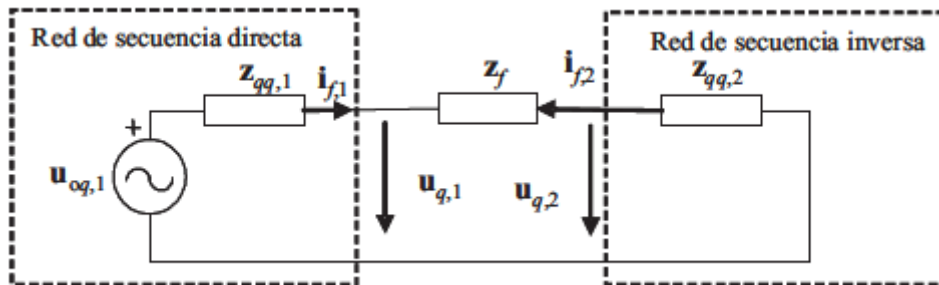


Ilustración 3.5: red de secuencia de cortocircuito bifásico.

Para obtener la corriente de falta del sistema, se resuelve el circuito planteado en la ilustración (3.5) y se aplica la conversión de la misma manera que el caso 1.

Caso 3: Cortocircuito bifásico a tierra (fase-fase-tierra).

Este caso es similar al caso 2, debido a la unión de dos fases. Sin embargo, puede ocurrir que las fases cortocircuitadas estén unidas a tierra (ilustración 3.6), como se va a ver en este caso.

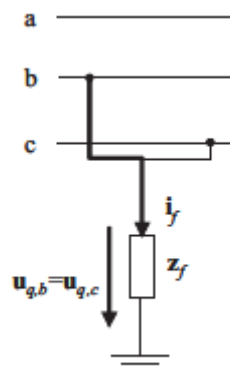


Ilustración 3.6: fallo bifásico a tierra.

Las redes de secuencia se conectan en paralelo, al igual que en el caso 2. Sin embargo, al ser el fallo a tierra, hay que incluir en las redes de secuencia el circuito correspondiente a la componente homopolar (ilustración 3.7):

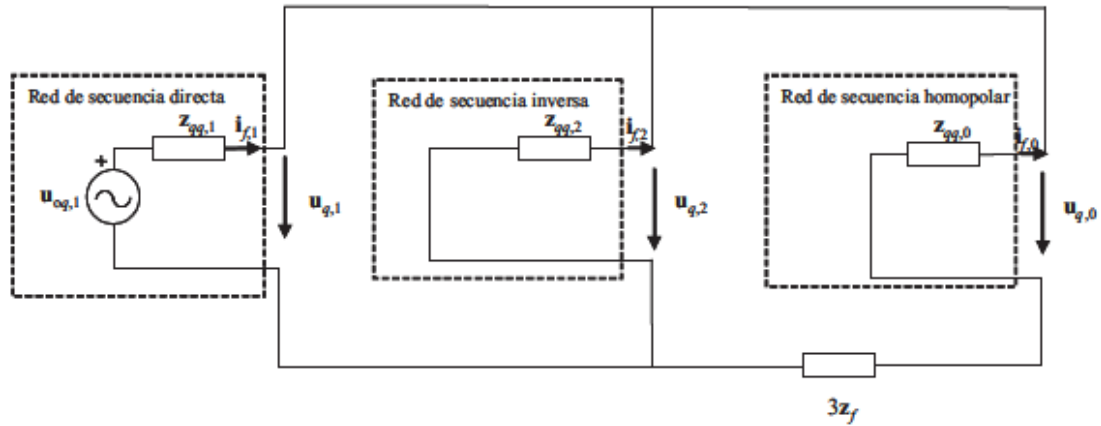


Ilustración 3.7: redes de secuencia para fallo bifásico a tierra.

Del análisis de este circuito se obtiene los valores de $I_{f,1}$, $I_{f,2}$ e $I_{f,0}$, y se aplica la transformación de la misma manera que el caso 1.

3.3. Cortocircuitos entre espiras

Una falta entre espiras es una falta interna del transformador que provoca que el transformador tenga que ser retirado de servicio. Aunque se pueden utilizar diferentes metodologías para su estudio, en este TFG utilizaremos la metodología de P. Bastard [3] [4].

Para un caso normal, donde los arrollamientos no tengan falta alguna, los bobinados serían los mostrados en la figura 3.8:

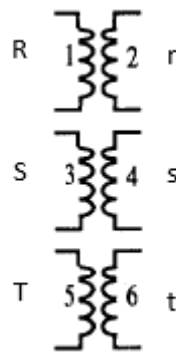


Ilustración 3.8: arrollamientos del transformador.

La bobina 1 corresponde con la fase R de alta tensión, la bobina 2 corresponde con la fase r del lado de baja tensión y así sucesivamente.

Para este caso, la matriz de inductancias del grupo de bobinas del transformador será [5]:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{21} & L_2 & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{31} & M_{32} & L_3 & M_{34} & M_{35} & M_{36} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & L_4 & M_{45} & M_{46} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & L_5 & M_{56} \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & L_6 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Para el caso en estudio, se produce un cortocircuito entre las espiras de una misma bobina a través de un arco eléctrico. Este caso se observa en la ilustración (3.9):

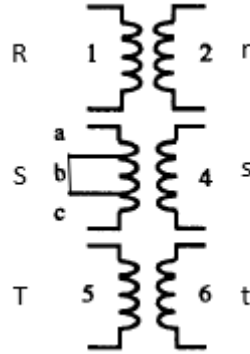


Ilustración 3.9: cortocircuito entre espiras en la fase S.

Como se puede observar en la ilustración (3.9), este cortocircuito es la unión de dos espiras del transformador a diferente tensión. Esta unión se produce mediante un arco eléctrico. En este caso, se produce un arco entre los puntos b_1 y b_2 , dando origen a la semi-bobina b [3] [6].

La tensión del arco viene dada por la ecuación de Ayrton (3.4):

$$U_{arco} = a + b * l + \frac{c+d*l}{i} \quad (3.4)$$

Donde los factores a , b , c , y d son factores que dependen de la rigidez dieléctrica del medio, sus características físicas (temperatura, densidad, ...) y las características de los electrodos (forma, materiales, ...), l es la longitud del arco, e i es la corriente por el mismo. No obstante, por simplificar el problema en este caso se tomará la tensión de arco como 0.

Para estudiar el arrollamiento en falta se divide éste en tres partes: antes de la falta, la parte cortocircuitada y la parte posterior a la falta. En este caso de cortocircuito entre espiras, el transformador trifásico queda dividido en ocho bobinas. Cada una de ellas con su inductancia.

Para el caso en estudio, la matriz de inductancias correspondiente a la ilustración (3.9) sería la siguiente:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{1a} & M_{1b} & M_{1c} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{21} & L_2 & M_{2a} & M_{2b} & M_{2c} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{a1} & M_{a2} & L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{a4} & M_{a5} & M_{a6} \\ M_{b1} & M_{b2} & M_{ba} & L_b & M_{bc} & M_{b4} & M_{b5} & M_{b6} \\ M_{c1} & M_{c2} & M_{ca} & M_{cb} & L_c & M_{c4} & M_{c5} & M_{c6} \\ M_{41} & M_{42} & M_{4a} & M_{4b} & M_{4c} & L_4 & M_{45} & M_{46} \\ M_{51} & M_{52} & M_{5a} & M_{5b} & M_{5c} & M_{54} & L_5 & M_{56} \\ M_{61} & M_{62} & M_{6a} & M_{6b} & M_{6c} & M_{64} & M_{65} & L_6 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Los elementos de la matriz anterior (3.5) que corresponden con la matriz (3.3) se pueden conocer, bien sea mediante ensayos (en caso de transformadores ya construidos), bien sea aplicando fórmulas clásicas (en caso de transformadores en proyecto), bien sea mediante cálculo por elementos finitos a través de Comsol Multiphysics. Estos valores son los que corresponden con las bobinas del transformador sin cortocircuitar.

Los valores de las inductancias propias y mutuas de los semibobinados en los que se ha dividido el arrollamiento que tiene el cortocircuito se calcularán de acuerdo con tres reglas: consistencia, dispersión y proporcionalidad. Estas tres reglas se han obtenido de [3].

1. Consistencia

Suponiendo que las bobinas a, b y c están en serie, y que por ellas circula la misma corriente, la bobina 3 cumple:

$$L_3 = L_a + L_b + L_c + 2 * (M_{ab} + M_{ac} + M_{bc}) \quad (3.6)$$

Esta ecuación se ha obtenido de los enlaces de flujo tras suponer que las bobinas están en serie sin falta alguna:

$$\lambda = \lambda_a + \lambda_b + \lambda_c = (L_a * i + M_{ab} * i + M_{ac} * i) + (L_b * i + M_{ab} * i + M_{bc} * i) + (L_c * i + M_{ac} * i + M_{bc} * i) \quad (3.6 \text{ bis})$$

$$\lambda = L_3 * i \quad (3.6a)$$

2. Dispersión

Teniendo en cuenta un factor de dispersión que hay entre cada una de las sub-bobinas de la fase en falta. Este coeficiente de dispersión se define como:

$$\sigma_{ab} = 1 - \frac{M_{ab}^2}{L_a * L_b} \quad (3.7)$$

$$\sigma_{ac} = 1 - \frac{M_{ac}^2}{L_a * L_c} \quad (3.8)$$

$$\sigma_{bc} = 1 - \frac{M_{bc}^2}{L_b * L_c} \quad (3.9)$$

3. Proporcionalidad

para determinar los valores de las inductancias propias y mutuas de las bobinas cortocircuitadas hay que añadir dos ecuaciones para relacionar las reglas 1. y 2. anteriores.

$$\frac{L_a}{L_b} = \left(\frac{n_a}{n_b}\right)^2 \quad (3.10)$$

$$\frac{L_a}{L_c} = \left(\frac{n_a}{n_c}\right)^2 \quad (3.11)$$

Esta relación solo se cumple si $\sigma_{ab} = 0$ y $\sigma_{bc} = 0$. Esto no es estrictamente cierto ya que los valores del factor de dispersión son cercanos a cero, pero representan una buena aproximación y su uso es ampliamente aceptado.

En el caso de que no exista falta alguna, la resolución del sistema de ecuaciones propuesto por las tres normas definidas debe arrojar idénticos resultados utilizando la matriz (3.3) o utilizando la matriz (3.5) si las bobinas a, b y c estuvieran alimentadas en serie.

Se asume que las bobinas a y c están conectadas en serie, ya que por estas circula la misma corriente i , como se muestra en la ilustración (3.9). Esto hace que la matriz (3.2) se pueda reducir fácilmente a una matriz 7x7.

La ecuación matricial que define la ilustración (3.9) es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \\ \overline{U_2} \\ \overline{U_a} \\ \overline{U_b} \\ \overline{U_c} \\ \overline{U_4} \\ \overline{U_5} \\ \overline{U_6} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{1a} & M_{1b} & M_{1c} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{21} & L_2 & M_{2a} & M_{2b} & M_{2c} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{a1} & M_{a2} & L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{a4} & M_{a5} & M_{a6} \\ M_{b1} & M_{b2} & M_{ba} & L_b & M_{bc} & M_{b4} & M_{b5} & M_{b6} \\ M_{c1} & M_{c2} & M_{ca} & M_{cb} & L_c & M_{c4} & M_{c5} & M_{c6} \\ M_{41} & M_{42} & M_{4a} & M_{4b} & M_{4c} & L_4 & M_{45} & M_{46} \\ M_{51} & M_{52} & M_{5a} & M_{5b} & M_{5c} & M_{54} & L_5 & M_{56} \\ M_{61} & M_{62} & M_{6a} & M_{6b} & M_{6c} & M_{64} & M_{65} & L_6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_2} \\ \overline{I_a} \\ \overline{I_b} \\ \overline{I_c} \\ \overline{I_4} \\ \overline{I_5} \\ \overline{I_6} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Como ya se ha comentado, las bobinas a y c están en serie, por lo tanto, se puede afirmar:

$$I_a = I_c$$

La reducción de la matriz [L] correspondiente a la ecuación matricial (3.12) se realizará cambiando de lugar las filas correspondientes a U_b y U_c y sumando las filas correspondientes a U_a y U_c :

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \\ \overline{U_2} \\ \overline{U_{ac}} \\ \overline{U_b} \\ \overline{U_4} \\ \overline{U_5} \\ \overline{U_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{1a} & M_{1b} & M_{1c} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ M_{21} & L_2 & M_{2a} & M_{2b} & M_{2c} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ M_{a1} + M_{c1} & M_{a2} + M_{c2} & L_a + M_{ca} & M_{ab} + M_{cb} & M_{ac} + L_c & M_{a4} + M_{c4} & M_{a5} + M_{c5} & M_{a6} + M_{c6} \\ M_{b1} & M_{b2} & M_{ba} & L_b & M_{bc} & M_{b4} & M_{b5} & M_{b6} \\ M_{41} & M_{42} & M_{4a} & M_{4b} & M_{4c} & L_4 & M_{45} & M_{46} \\ M_{51} & M_{52} & M_{5a} & M_{5b} & M_{5c} & M_{54} & L_5 & M_{56} \\ M_{61} & M_{62} & M_{6a} & M_{6b} & M_{6c} & M_{64} & M_{65} & L_6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_2} \\ \overline{I} \\ \overline{I} \\ \overline{I_b} \\ \overline{I_4} \\ \overline{I_5} \\ \overline{I_6} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.4. Aplicación al caso de un transformador monofásico

En este apartado se realizarán los cálculos para un transformador monofásico. En las ilustraciones 3.10 y 3.11 se muestra el perfil de un devanado con su circulación de corriente en cortocircuito y un esquema eléctrico del cortocircuito.

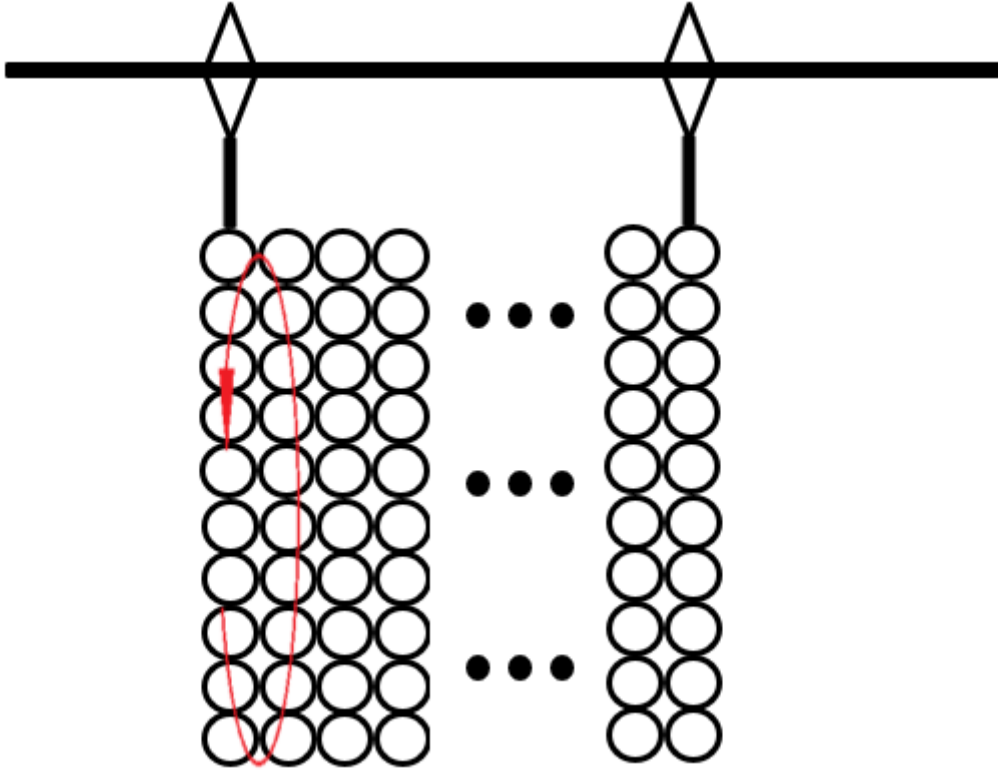


Ilustración 3.10: perfil de arrollamientos simplificados con la circulación de corriente de cortocircuito.

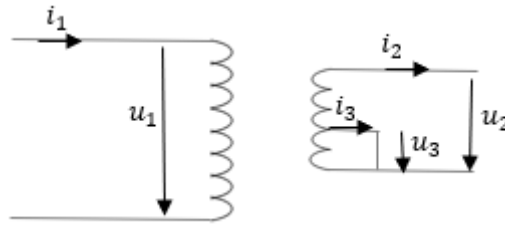


Ilustración 3.11: esquema eléctrico del cortocircuito entre espiras.

Como se puede observar en la ilustración (3.11), existen tres tensiones, tres corrientes y tres inductancias. Esto se puede representar en forma matricial:

$$[U] = [L] * [I]$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \\ \overline{U_2} \\ \overline{U_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & L_2 & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & L_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \overline{i_1} \\ \overline{i_2} \\ \overline{i_3} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Antes de comenzar, hay que recalcar que se conocen los datos de U_1 , U_3 , e i_2 .

Para separar datos e incógnitas, se reordena la matriz anterior, quedando:

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \\ \overline{U_3} \\ \overline{U_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{13} & M_{12} \\ M_{31} & L_3 & M_{23} \\ M_{21} & M_{32} & L_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \overline{i_1} \\ \overline{i_3} \\ \overline{i_2} \end{bmatrix} \quad (3.14 \text{ bis})$$

Se ha cambiado la fila dos por la fila tres, y se han cambiado la columna dos por la columna tres de la matriz $[L]$.

Ahora se dividirá esta matriz en submatrices para su posterior cálculo. De esta forma, quedaría la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} [\overline{U}_A] \\ [\overline{U}_B] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_A] & [M_{AB}] \\ [M_{AB}^T] & [L_B] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [\overline{i}_A] \\ [\overline{i}_B] \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Donde:

$$[\overline{U}_A] = \begin{bmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + j0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$[\overline{U}_B] = [\overline{U}_2] \quad (3.17)$$

$$[\overline{i}_A] = \begin{bmatrix} \overline{i}_1 \\ \overline{i}_3 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$[\overline{i}_B] = [\overline{i}_2] = [0] \quad (3.19)$$

$$[L_A] = \begin{bmatrix} L_1 & M_{13} \\ M_{31} & L_3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$M_{AB} = \begin{bmatrix} M_{12} \\ M_{23} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$L_B = L_2 \quad (3.22)$$

Para el caso de que el secundario del transformador está a circuito abierto el valor de i_B es nulo, con lo que queda

$$\begin{bmatrix} [\overline{U}_A] \\ [\overline{U}_B] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_A] & [M_{AB}] \\ [M_{AB}^T] & [L_B] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [\overline{i}_A] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Operando la matriz, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$[\overline{U}_A] = [L_A] * [\overline{i}_A] + 0 \quad (3.24)$$

$$[\overline{U}_B] = [M_{AB}^T] * [\overline{i}_A] + 0 \quad (3.25)$$

Para conocer las corrientes por los arrollamientos en caso de cortocircuito se despeja $[\overline{i}_A]$ de la ecuación (1)

$$[\overline{i}_A] = [L_A]^{-1} * [\overline{U}_B] \quad (3.26)$$

Una vez conocido el vector $[\overline{i}_A]$ se obtendría $[\overline{U}_B]$ de la ecuación (3.25) si fuera de interés.

3.5. Aplicación al caso del transformador Yz.

En el caso de un transformador trifásico de configuración Yz, donde existen nueve arrollamientos, la ecuación (3.9) pasa a ser:

$$\begin{bmatrix} \overline{U_R} \\ \overline{U_S} \\ \overline{U_T} \\ \overline{U_{r1a}} \\ \overline{U_{r1b}} \\ \overline{U_{r2}} \\ \overline{U_{s1}} \\ \overline{U_{s2}} \\ \overline{U_{t1}} \\ \overline{U_{t2}} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_R & M_{RS} & M_{RT} & M_{Ra} & M_{Rb} & M_{Rr2} & M_{Rs1} & M_{Rs2} & M_{Rt1} & M_{Rt2} \\ M_{RS} & L_S & M_{ST} & M_{Sa} & M_{Sb} & M_{Sr2} & M_{Ss1} & M_{Ss2} & M_{St1} & M_{St2} \\ M_{RT} & M_{ST} & L_T & M_{Ta} & M_{Tb} & M_{Tr2} & M_{Ts1} & M_{Ts2} & M_{Tt1} & M_{Tt2} \\ M_{Ra} & M_{Sa} & M_{Ta} & L_a & M_{ab} & M_{ar2} & M_{as1} & M_{as2} & M_{at1} & M_{at2} \\ M_{Rb} & M_{Sb} & M_{Tb} & M_{ab} & L_b & M_{br2} & M_{bs1} & M_{bs2} & M_{bt1} & M_{bt2} \\ M_{Rr2} & M_{Sr2} & M_{Tr2} & M_{ar2} & M_{br2} & L_{r2} & M_{r2s1} & M_{r2s2} & M_{r2t1} & M_{r2t2} \\ M_{Rs1} & M_{Ss1} & M_{Ts1} & M_{as1} & M_{bs1} & M_{r2s1} & L_{s1} & M_{s1s2} & M_{s1t1} & M_{s1t2} \\ M_{Rs2} & M_{Ss2} & M_{Ts2} & M_{as2} & M_{bs2} & M_{r2s2} & M_{s1s2} & L_{s2} & M_{s2t1} & M_{s2t2} \\ M_{Rt1} & M_{St1} & M_{Tt1} & M_{at1} & M_{bt1} & M_{r2t1} & M_{s1t1} & M_{s2t1} & L_{t1} & M_{t1t2} \\ M_{Rt2} & M_{St2} & M_{Tt2} & M_{at2} & M_{bt2} & M_{r2t2} & M_{s1t2} & M_{s2t1} & M_{t1t2} & L_{t2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{I_R} \\ \overline{I_S} \\ \overline{I_T} \\ \overline{I_{r1a}} \\ \overline{I_{r1b}} \\ \overline{I_{r2}} \\ \overline{I_{s1}} \\ \overline{I_{s2}} \\ \overline{I_{t1}} \\ \overline{I_{t2}} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Antes de continuar, se supondrá lo siguiente:

- Como es frecuente en el estudio de cortocircuitos, el secundario del transformador se dejará en circuito abierto.
- Las tensiones aplicadas al primario del transformador son conocidas.

Con estas suposiciones, se sustituyen los valores conocidos de la ecuación (3.27):

$$\begin{bmatrix} \overline{U_R} \\ \overline{U_S} \\ \overline{U_T} \\ 0 \\ \overline{U_{r1b}} \\ \overline{U_{r2}} \\ \overline{U_{s1}} \\ \overline{U_{s2}} \\ \overline{U_{t1}} \\ \overline{U_{t2}} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_R & M_{RS} & M_{RT} & M_{Ra} & M_{Rb} & M_{Rr2} & M_{Rs1} & M_{Rs2} & M_{Rt1} & M_{Rt2} \\ M_{RS} & L_S & M_{ST} & M_{Sa} & M_{Sb} & M_{Sr2} & M_{Ss1} & M_{Ss2} & M_{St1} & M_{St2} \\ M_{RT} & M_{ST} & L_T & M_{Ta} & M_{Tb} & M_{Tr2} & M_{Ts1} & M_{Ts2} & M_{Tt1} & M_{Tt2} \\ M_{Ra} & M_{Sa} & M_{Ta} & L_a & M_{ab} & M_{ar2} & M_{as1} & M_{as2} & M_{at1} & M_{at2} \\ M_{Rb} & M_{Sb} & M_{Tb} & M_{ab} & L_b & M_{br2} & M_{bs1} & M_{bs2} & M_{bt1} & M_{bt2} \\ M_{Rr2} & M_{Sr2} & M_{Tr2} & M_{ar2} & M_{br2} & L_{r2} & M_{r2s1} & M_{r2s2} & M_{r2t1} & M_{r2t2} \\ M_{Rs1} & M_{Ss1} & M_{Ts1} & M_{as1} & M_{bs1} & M_{r2s1} & L_{s1} & M_{s1s2} & M_{s1t1} & M_{s1t2} \\ M_{Rs2} & M_{Ss2} & M_{Ts2} & M_{as2} & M_{bs2} & M_{r2s2} & M_{s1s2} & L_{s2} & M_{s2t1} & M_{s2t2} \\ M_{Rt1} & M_{St1} & M_{Tt1} & M_{at1} & M_{bt1} & M_{r2t1} & M_{s1t1} & M_{s2t1} & L_{t1} & M_{t1t2} \\ M_{Rt2} & M_{St2} & M_{Tt2} & M_{at2} & M_{bt2} & M_{r2t2} & M_{s1t2} & M_{s2t1} & M_{t1t2} & L_{t2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{I_R} \\ \overline{I_S} \\ \overline{I_T} \\ \overline{I_{r1a}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Esta ecuación matricial se reducirá en:

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \\ \overline{U_2} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{U_R} \\ \overline{U_S} \\ \overline{U_T} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{U_{1L}}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 + j0 \\ -0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Siendo U_{1L} el valor eficaz de la tensión de línea de primario.

$$[\bar{U}_2] = \begin{bmatrix} \bar{U}_b \\ \bar{U}_{r2} \\ \bar{U}_{s1} \\ \bar{U}_{s2} \\ \bar{U}_{t1} \\ \bar{U}_{t2} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$[M_{11}] = \begin{bmatrix} L_R & M_{RS} & M_{RT} & M_{Ra} \\ M_{RS} & L_S & M_{ST} & M_{Sa} \\ M_{RT} & M_{ST} & L_T & M_{Ta} \\ M_{Ra} & M_{Sa} & M_{Ta} & L_a \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$[M_{12}] = \begin{bmatrix} M_{Rb} & M_{Rr2} & M_{Rs1} & M_{Rs2} & M_{Rt1} & M_{Rt2} \\ M_{Sb} & M_{Sr2} & M_{Ss1} & M_{Ss2} & M_{St1} & M_{St2} \\ M_{Tb} & M_{Tr2} & M_{Ts1} & M_{Ts2} & M_{Tt1} & M_{Tt2} \\ M_{ab} & M_{ar2} & M_{as1} & M_{as2} & M_{at1} & M_{at2} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$[M_{21}] = \begin{bmatrix} M_{Rb} & M_{Sb} & M_{Tb} & M_{ab} \\ M_{Rr2} & M_{Sr2} & M_{Tr2} & M_{ar2} \\ M_{Rs1} & M_{Ss1} & M_{Ts1} & M_{as1} \\ M_{Rs2} & M_{Ss2} & M_{Ts2} & M_{as2} \\ M_{Rt1} & M_{St1} & M_{Tt1} & M_{at1} \\ M_{Rt2} & M_{St2} & M_{Tt2} & M_{at2} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$[M_{22}] = \begin{bmatrix} L_b & M_{br2} & M_{bs1} & M_{bs2} & M_{bt1} & M_{bt2} \\ M_{br2} & L_{r2} & M_{r2s1} & M_{r2s2} & M_{r2t1} & M_{r2t2} \\ M_{bs1} & M_{r2s1} & L_{s1} & M_{s1s2} & M_{s1t1} & M_{s1t2} \\ M_{bs2} & M_{r2s2} & M_{s1s2} & L_{s2} & M_{s2t1} & M_{s2t2} \\ M_{bt1} & M_{r2t1} & M_{s1t1} & M_{s2t1} & L_{t1} & M_{t1t2} \\ M_{bt2} & M_{r2t2} & M_{s1t2} & M_{s2t1} & M_{t1t2} & L_{t2} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$[\bar{I}_1] = \begin{bmatrix} \bar{I}_R \\ \bar{I}_S \\ \bar{I}_T \\ \bar{I}_{r1a} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$[\bar{I}_2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Las incógnitas del problema son $[U_2]$ e $[I_1]$, mientras que los datos son $[U_1]$ e $[I_2]$.

En el caso de que no se desprecien las resistencias habría que sumar a la ecuación (3.29) la caída de tensión en las mismas

$$\begin{bmatrix} [\overline{U_1}] \\ [\overline{U_2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{m1}] + j\omega[M_{11}] & j\omega[M_{12}] \\ j\omega[M_{21}] & [R_{m2}] + j\omega[M_{22}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\overline{I_1}] \\ [\overline{I_2}] \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Donde

$$[R_{m1}] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_a \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Siendo R_1 la resistencia del arrollamiento primario y R_a la resistencia de la fracción de arrollamiento en cortocircuito. Análogamente se podría hacer para $[R_{m2}]$

Para calcular las corrientes de cortocircuito es suficiente con utilizar la primera submatriz de la ecuación (3.38)

$$[\overline{U_1}] = \{[R_{m1}] + j\omega[M_{11}]\} * [\overline{I_1}] + j\omega[M_{12}][\overline{I_2}] \quad (3.40)$$

Y dado que el secundario del transformador está a circuito abierto el vector $[I_2]$ es nulo, con lo queda

$$[\overline{U_1}] = [Z_{11}] * [\overline{I_1}] \quad (3.41)$$

Donde

$$[Z_{11}] = [R_{m1}] + j\omega[M_{11}] \quad (3.42)$$

Para obtener el valor de las corrientes se pre-multiplican ambos lados de la igualdad (3.41) por $[Z_{11}]^{-1}$, con lo queda

$$[\overline{I_1}] = [Z_{11}]^{-1} * [\overline{U_1}] \quad (3.42)$$

Esto es

$$\begin{bmatrix} \overline{I_R} \\ \overline{I_S} \\ \overline{I_T} \\ \overline{I_{r1a}} \end{bmatrix} = \frac{U_{1L}}{\sqrt{3}} [Z_{11}]^{-1} \begin{bmatrix} 1 + j0 \\ -0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

4. CÁLCULO DE INDUCTANCIAS PROPIAS Y MUTUAS

4.1. Concepto de inductancias propias y mutuas

Las ecuaciones del transformador vistas en el capítulo 2.4. son poco interesantes para un usuario debido a la aparición de los parámetros internos de la máquina. Es por ello, que es más interesante disponer de unas ecuaciones en las que aparezcan valores externos de la máquina, dado que el flujo es creado por corrientes (ecuación 4.1)

$$I * L = N * \phi \quad (4.1)$$

Donde I es la corriente por el arrollamiento, L es la inductancia propia de la bobina, N es el número de espiras del arrollamiento y ϕ es el flujo magnético.

El estudio de las inductancias propias y mutuas se podría realizar utilizando un estudio 3D o un estudio 2D no simétrico, pero es práctica habitual utilizar un modelo 2D axisimétrico para calcular la impedancia de cortocircuito. De hecho, los libros clásicos de transformadores prescinden de la existencia del núcleo magnético para el cálculo de la impedancia de cortocircuito y sólo consideran la reluctancia del canal por el cual discurre el flujo disperso del transformador (ilustración 4.1) [1].

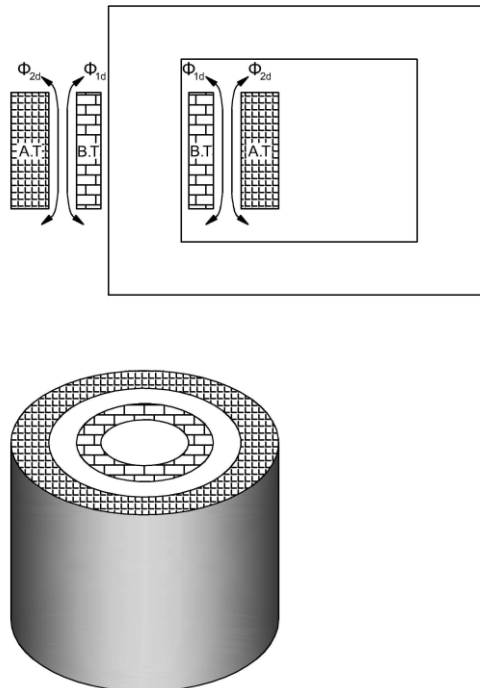


Ilustración 4.1: flujo disperso del transformador.

4.2. Energía magnética almacenada

La energía magnética almacenada se puede calcular de diversas maneras:

1. La primera manera es integrando el campo magnético:

$$W = volumen * \int H * dB \quad (4.2)$$

Suponiendo que la permeabilidad es constante:

$$W = \frac{1}{2} * B * H * volumen \quad (4.3)$$

Donde H (en A-vuelta) es el campo magnético y B (en T) es la inducción magnética.

2. Cálculo mediante inductancias:

$$W = \frac{1}{2} * L * I^2 + M * I_1 * I_2 + \frac{1}{2} * L * I^2 \quad (4.4)$$

3. Mediante elementos finitos, que calcula la energía magnética almacenada mediante la ecuación (4.2) del caso 1.

En este Trabajo de Fin de Grado se utilizará la ecuación (4.4) del caso 2. para el cálculo de las inductancias.

4.3. Cálculo de inductancias propias y mutuas

El cálculo de la matriz de inductancias se realizará mediante el programa de cálculo de elementos finitos Comsol Multiphysics. Para ello, se construirá un modelo en dos dimensiones del transformador en estudio, se le inyectarán corrientes en los devanados y se simulará. Una vez terminada la simulación, se calculará la energía interna almacenada en cada elemento del transformador (el programa Comsol Multiphysics facilita esta opción). Una vez obtenidas estas energías, se utilizarán las siguientes ecuaciones para el cálculo de inductancias propias:

$$W = 0,5 * L * I^2 \quad (4.5)$$

$$L = 2 * \frac{W}{I^2} \quad (4.6)$$

En este caso, I es la corriente que circula por el devanado correspondiente a la inductancia que se calcula, L es la inductancia que se quiere calcular, y W es la suma de todas las energías almacenadas en las distintas partes del transformador.

La ecuación (4.5) es la ecuación de la energía almacenada, y la ecuación (4.6) es la inductancia propia despejada de la ecuación (4.5).

El cálculo de inductancias mutuas se realiza de mediante el acoplamiento de dos bobinas. Las ecuaciones utilizadas para este caso son:

$$M_{AB} = \frac{W_{resto} * I_B * rt}{I_A} \quad (4.7)$$

Donde I_B es la corriente en valor eficaz de la bobina 'B', I_A es la corriente de la bobina 'A' en valor eficaz, y rt es la relación de transformación del transformador, y M_{AB} es la inductancia mutua entre las bobinas A y B. Además:

$$W_{resto} = W - W_A - W_B \quad (4.8)$$

En la ecuación (4.8), W es la suma de las energías almacenadas en los distintos elementos del transformador, y W_A y W_B se definen como:

$$W_A = \frac{1}{2} * L_A * I_A^2 \quad (4.9)$$

$$W_B = \frac{1}{2} * L_B * I_B^2 \quad (4.10)$$

Donde L_A y L_B son las inductancias propias de las bobinas A y B respectivamente, I_A e I_B son las corrientes que circulan por los devanados de las bobinas en valores eficaces respectivamente.

5. ESTUDIO DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO.

5.1. Introducción

En el departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Carlos III no existen precedentes de estudios de cálculo de corrientes de cortocircuito interno en un transformador (cortocircuito entre espiras). Por ello, antes de abordar el transformador Yz, objeto de estudio en este Trabajo de Fin de Grado, se han planteado una serie de dudas:

1. Al alimentar un conjunto de bobinas en corriente alterna la energía magnética almacenada evoluciona con el tiempo como la suma de una constante más una senoide de frecuencia doble a la frecuencia de la corriente de alimentación. Por ello, es importante aclarar si la energía calculada en los estudios de elementos finitos corresponde al valor pico o al valor eficaz de la corriente de alimentación en corriente alterna.
2. Habitualmente el estudio de las corrientes de cortocircuito de un transformador se realiza mediante la inductancia de dispersión. Sin embargo, el enfoque de este Trabajo de Fin de Grado es a través de inductancias propias y mutuas. Dado que las inductancias propias son muy parecidas a las inductancias mutuas, se plantea un problema de precisión, debido a que al efectuar la resta el resultado obtenido podría presentar un error elevado respecto al cálculo habitual de la reactancia de dispersión. Este aspecto debe ser analizado.
3. Habitualmente, para el cálculo de inductancias de dispersión, se utilizan modelos 2D-axisimétricos, sin embargo, cuando se analice el transformador Yz en el capítulo 6, va a resultar imposible adoptar este modelo por la inexistencia de simetría axial. Tampoco es posible el uso de un modelo 3D, por la cantidad de recursos que este necesita (tiempo de cálculo, memoria RAM). Debido a ello, se utilizará un modelo 2D sin simetría axial. Para ajustar este modelo se debe calcular la profundidad equivalente que se debe usar. Este problema no es trivial, dado que un transformador no es un objeto plano ni se puede dividir en secciones idénticas entre sí, sino que tiene elementos con simetría axial (arrollamientos cilíndricos) y otros que no (núcleo magnético plano). En el anexo 1 se realiza un estudio teórico de este aspecto.

En este capítulo se responderán estas preguntas utilizando para ello un transformador más sencillo que el que será objeto de estudio en el capítulo 6 [7] [8].

5.2. Definición del transformador monofásico.

El transformador usado para esta simulación es un transformador de 25 kVA, con una relación de transformación de 8660/240 V.

Con estos datos, podemos obtener la corriente nominal de la máquina, siendo este dato utilizado para los ensayos de cortocircuito. La corriente se calcula como:

$$I_n = \frac{S_n}{U_n} \quad (5.1)$$

Donde S_n es la potencia nominal del transformador, y U_n es la tensión asignada del transformador. Dado que un transformador es una máquina con muy alto rendimiento se puede afirmar sin gran error que la potencia que toma el primario de la red es igual a la entregada por el secundario a la carga. De esta forma la expresión (5.1) puede ser utilizada para calcular las corrientes asignadas tanto de primario como de secundario. Sustituyendo en la expresión (5.1) la potencia asignada del transformador y las tensiones primaria y secundario obtenemos las siguientes corrientes:

$$I_{AT} = 2,88 \text{ A}$$

$$I_{BT} = 104,16 \text{ A}$$

En el presente TFG se han utilizado los datos geométricos usando como referencia el transformador trifásico. De esta forma se redujo el transformador trifásico a un transformador monofásico equivalente. La siguiente ilustración se muestran de forma esquemática sus dimensiones:

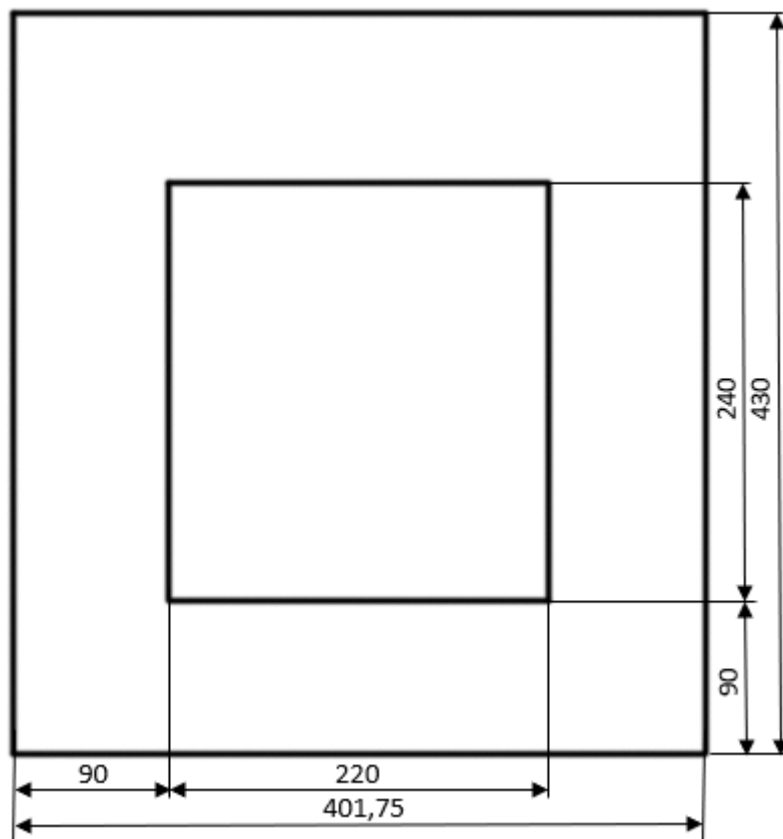


Ilustración 5.1: geometría del transformador. Cotas en mm.

Por simplicidad, se usará un modelo 2D en la herramienta de simulación.

El arrollamiento de baja tensión se dispone en el interior del devanado completo en la columna izquierda, estando separado de la culata tanto superior como inferior 15 mm, con una altura de 21 mm, un radio interior de 46,55 mm un radio exterior de 51,125 mm. En este arrollamiento de baja tensión hay 144 espiras bobinadas.

El arrollamiento de alta se dispone en la parte exterior del devanado completo de la columna izquierda, estando separado de la culata inferior como de la culata superior 21,5 mm, con una altura de columna de 197 mm, un radio interior de 53,725 mm y un radio exterior de 97,5 mm. En este arrollamiento de alta tensión hay 5145 espiras bobinadas.

5.3. Comparación entre los estudios en corriente alterna y corriente continua.

Para comprobar si la energía magnética almacenada proporcionada por la herramienta Comsol Multiphysics corresponde al valor máximo o al valor eficaz de la corriente al utilizar corriente alterna. Para ello, se realizarán dos simulaciones, la primera se realizará en corriente continua y la segunda se realizará en corriente alterna.

Para la simulación, se abre el programa Comsol Multiphysics, se selecciona 'Axial symmetry (2D)', 'Quasy Statics, Magnetic', 'Azimuthal Induction Currents, Vector Potential' (ilustración 5.2):

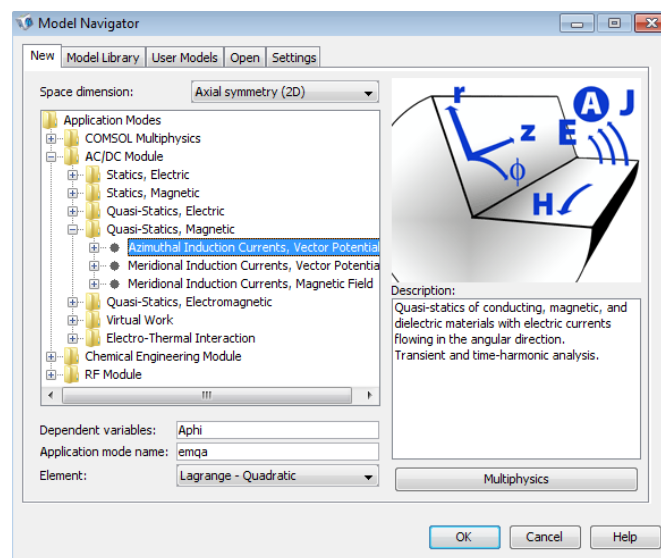


Ilustración 5.2: selección del modo para simulación con Comsol Multiphysics.

El modelo que se utilizará en Comsol Multiphysics corresponde al descrito en el apartado 5.2, siendo la ilustración (5.3) su representación en el software de simulación:

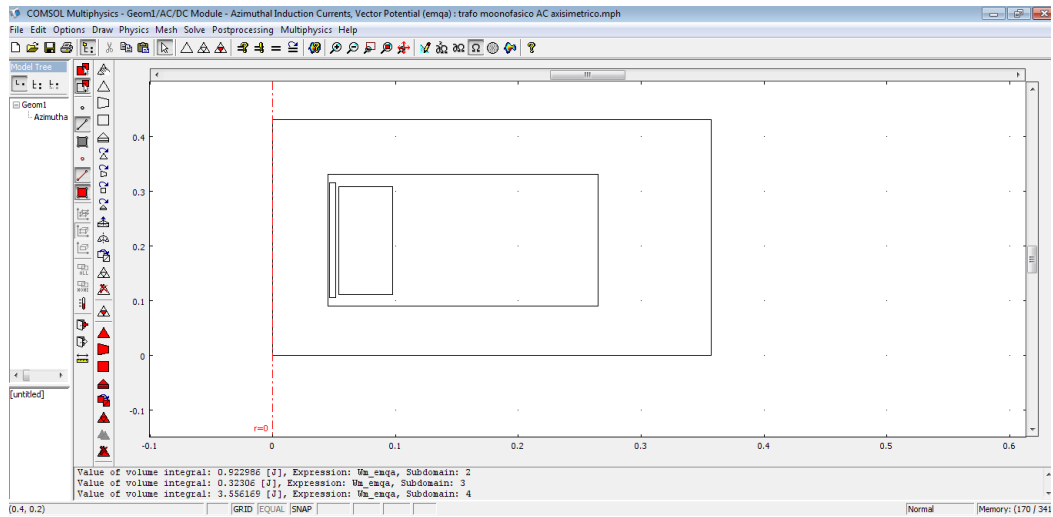


Ilustración 5.3: representación del transformador monofásico en Comsol Multiphysics.

La densidad de corriente aplicada para el primer experimento es:

δ_{BT} (A/m ²)	14.994.535,52
δ_{AT} (A/m ²)	-1.670.517,50

Tabla 5.1: densidades de corriente para la simulación en corriente continua.

Internamente, el programa de elementos finitos utiliza el potencial vector potencial magnético \vec{A} definido como

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{B} = \vec{A}$$

No obstante, la integración de estas ecuaciones diferenciales es transparentes para el usuario.

La energía magnética almacenada en este caso en los diferentes recintos se muestra en la tabla (5.2)

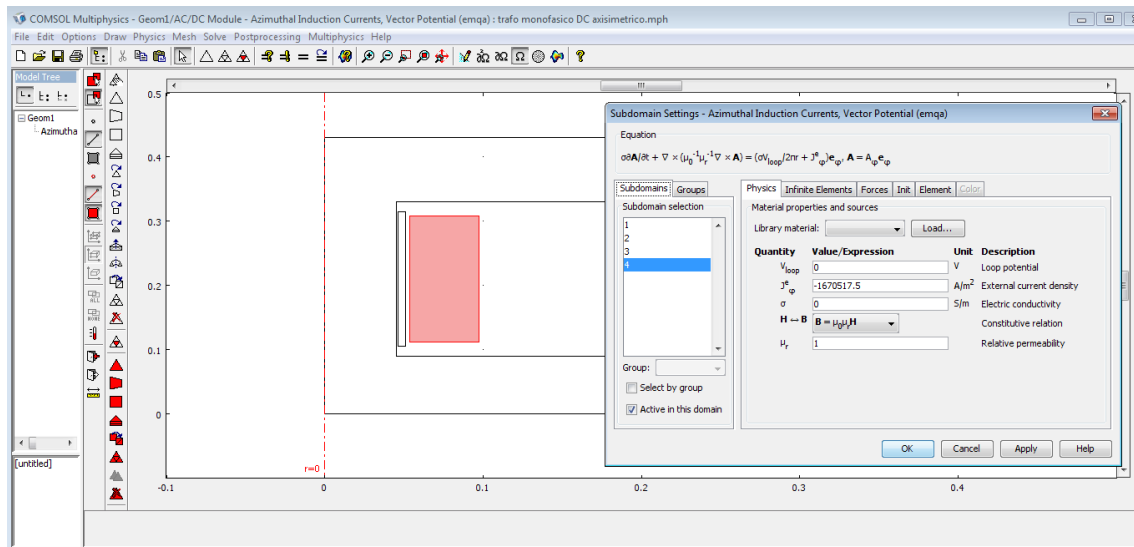


Ilustración 5.4: diseño del transformador monofásico en Comsol Multiphysics con verificación de densidad de corriente.

Recinto	Energía magnética almacenada (J)
hierro	3,15E-04
ventana	0,823952
BT	0,288396
AT	3,174599

Tabla 5.2: resultados del ensayo de corriente continua en el transformador monofásico.

Posteriormente se realizó el segundo caso, cuyas densidades de corriente se muestran en la tabla (5.3):

δ_{BT} (A/m²)	$\sqrt{2} * 14.994.535,52 * \sin(\omega * t)$
δ_{AT} (A/m²)	$-\sqrt{2} * 1.670.517,50 * \sin(\omega * t)$

Tabla 5.3: densidades de corriente para la simulación en corriente alterna.

Tras la simulación, se obtuvieron las energías magnéticas almacenadas en cada recinto del transformador:

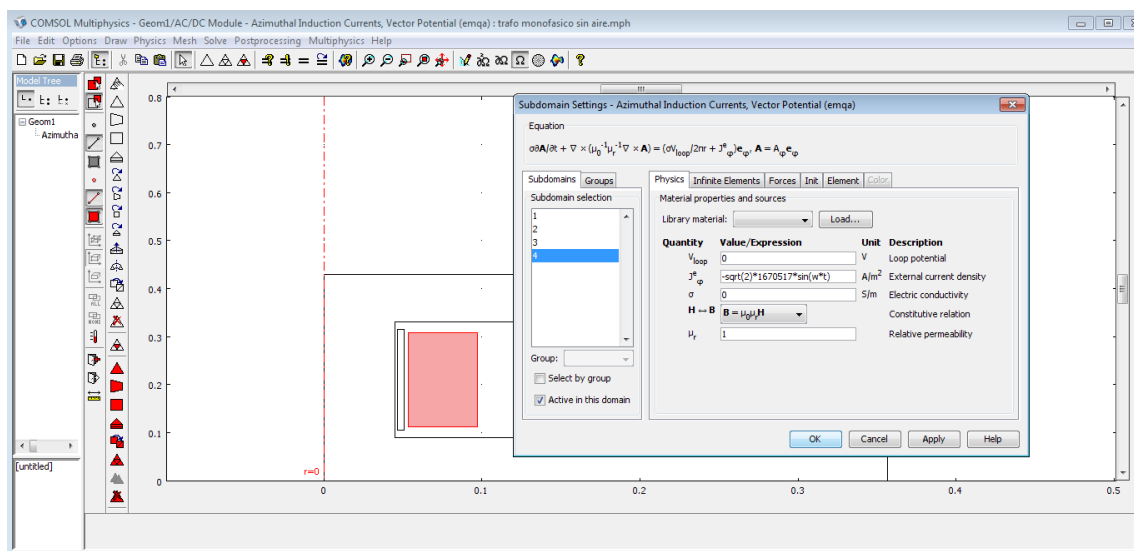


Ilustración 5.5: diseño del transformador monofásico en Comsol Multiphysics con verificación de densidad de corriente.

Recinto	Energía magnética almacenada (J)
hierro	3,52E-04
aire	0,922986
BT1	0,32306
AT	3,556169

Tabla 5.4: resultados del ensayo de corriente alterna en el transformador monofásico.

De este estudio se concluye con que la energía proporcionada por el software Comsol Multiphysics cuando se alimentan los arrollamientos con corriente alterna es el valor máximo de la energía magnética almacenada.

5.4. Comparación de la precisión obtenida al calcular la inductancia de dispersión con diferentes procedimientos.

En este apartado se realizarán los cálculos referidos al transformador monofásico descrito en 5.2. Se utilizará la herramienta de simulación Comsol Multiphysics. El modelo que se utilizará es el modelo 2D axisimétrico mostrado en la ilustración (5.2).

Se han realizado cuatro simulaciones en este transformador para obtener sus inductancias propias y mutuas: ensayo en cortocircuito, ensayo de vacío alimentando el lado de alta tensión, ensayo de vacío en el lado de baja tensión y ensayo con corrientes independientes circulando por cada arrollamiento.

Las corrientes y las densidades de corriente que circulan por cada uno de los arrollamientos en cada uno de los diferentes ensayos se muestran en la tabla (5.5):

caso	Ensayo en cortocircuito	Ensayo de vacío en AT	Ensayo de vacío en BT	Ensayo con corrientes independientes
I_{BT} (A)	100	100	0	100
I_{AT} (A)	-2,8	0	10	10
$\Sigma N_i I_i$ (Av)	0,00	14406	51450	65856
δ_{BT} (A/m ²)	14.994.535,52	14.994.535,52	0,00	14.994.535,52
δ_{AT} (A/m ²)	-1.670.517,50	0,00	5.966.133,93	5.966.133,93

Tabla 5.5: Corriente en los arrollamientos de AT y BT, suma de amperios-vuelta y densidades de corriente correspondientes a los ensayos para la realización en Comsol Multiphysics.

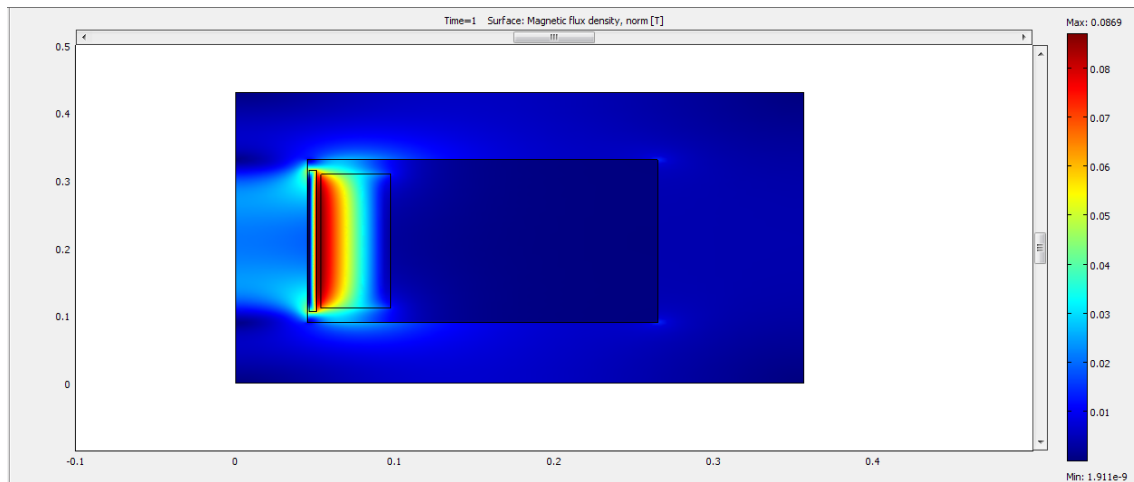


Ilustración 5.6: inducción magnética obtenida en el caso de ensayo en cortocircuito.

Realizando las simulaciones correspondientes con estas corrientes obtenemos la inducción en todo punto del espacio, la ilustración 5.2 muestra los resultados del primero de los ensayos. Con este valor el software Comsol Multiphysics calcula la energía almacenada en cada uno de los recintos. Esto se representa en la tabla 5.2:

caso	Energía			
	Ensayo en cortocircuito	Ensayo de vacío en AT	Ensayo de vacío en BT	Ensayo con corrientes independientes
hierro	0,0003	12550,9538	160088,7000	262289,3000
aire	0,8240	1,8998	34,5358	49,9479
BT	0,2884	0,3311	7,2832	9,8061
AT	3,1746	1,1487	32,4677	35,4719
Total (J)	4,2873	12554	160163	262385

Tabla 5.6: energía magnética almacenada en cada elemento del transformador monofásico axisimétrico.

En los tres primeros ensayos se calculará sólo la inductancia propia correspondiente, mientras que en el último ensayo se calculará la inductancia propia más la inductancia mutua. La razón por la cual en el primer ensayo (ensayo en cortocircuito) se puede modelar la máquina con

sólo la inductancia propia es que las corrientes primaria y secundaria están relacionadas entre sí según la relación de transformación.

Para los tres primeros casos se obtendrán de la tabla 5.7 los valores de energía y de la tabla 5.6 se obtienen las corrientes que se introducirán en las ecuaciones (5.1) y (5.2):

$$W = 0,5 * L * I^2 \quad (5.1)$$

La ecuación (5.2) se obtiene al despejar L de la ecuación (5.1):

$$L = 2 * \frac{W}{I^2} \quad (5.2)$$

Con la ecuación (5.2) se puede obtener las inductancias propias del transformador utilizando los resultados de los ensayos de vacío y de cortocircuito. Si en las ecuaciones (5.1) y (5.2) introducimos la corriente del lado de AT, estas inductancias estarán referidas a AT. Los valores obtenidos son:

$$L_{cc} = 1,094 \text{ H}$$

$$L_{AT} = 3203 \text{ H}$$

$$L_{BT} = 3203 \text{ H}$$

Para referir estos valores al lado de BT, se dividirían por la relación de transformación al cuadrado.

Para el cálculo de la inductancia mutua se utilizará el ensayo con corrientes independientes, mediante la ecuación (5.3):

$$W = \frac{1}{2} * L_{AT} * I_{AT}^2 - M_{AB} * I_{AT} * I_{BT} + \frac{1}{2} * L_{BT} * I_{BT}^2 \quad (5.3)$$

Conocidos los valores de las corrientes y con las inductancias propias calculadas anteriormente, se despeja de la ecuación (5.3) M_{AB} , resultando en la ecuación (5.4):

$$M_{AB} = \frac{\frac{1}{2} * L_{AT} * I_{AT}^2 + \frac{1}{2} * L_{BT} * I_{BT}^2 - W}{I_{AT} * I_{BT}} \quad (5.4)$$

En el denominador de la expresión (5.4) las corrientes deben estar referidas al mismo lado.

Sustituyendo los valores en la ecuación (5.4) se obtiene el siguiente valor de inductancia mutua:

$$M_{AB} = 3202 \text{ H}$$

5.4.1. Impedancia de cortocircuito del transformador

Después se calcula el valor de las reactancias propias y mutuas, en este caso, referido al primario, y posteriormente su valor porcentual, a partir de las ecuaciones (5.5) y (5.6) [9]:

$$X_{cc} = 2 * \pi * f * L \quad (5.5)$$

$$x_{cc} = X_{cc} * \frac{S_n}{U_{n1}^2} * 100 \quad (5.6)$$

Aplicada la ecuación (5.3), se obtienen los siguientes resultados:

$$X_{cc} = 344 \, \Omega$$

$$X_{AT1} = 1006138 \, \Omega$$

$$X_{BT1} = 1006334 \, \Omega$$

$$X_{MAB1} = 1006064 \, \Omega$$

Estos valores se sustituyen en la ecuación (5.4), donde U_{n1}^2 es el valor de la tensión primaria. Una vez hecho esto, se obtiene:

$$x_{cc} = 11,45\%$$

$$x_{AT} = 33538\%$$

$$x_{BT} = 33544\%$$

$$x_{mAB} = 33535\%$$

Para comprobar la precisión entre los cálculos realizados con inductancias propias y mutuas y los cálculos realizados utilizando la inductancia de cortocircuito se procederá a calcular la inductancia de cortocircuito a partir de los resultados del ensayo 4. Los enlaces de flujo se obtienen mediante la ecuación (5.5):

$$\lambda_A = L_{AT} * I_{AT} + M_{AB} * (-I_{AT}) \quad (5.7)$$

Con la ecuación (5.7) se obtienen los enlaces de flujo de los arrollamientos del lado primario, mientras que con la ecuación (5.8) se obtienen los enlaces de flujo de los arrollamientos del secundario vistos desde el lado de alta tensión:

$$\lambda_B = L_{BT} * I_{BT} + M_{AB} * (-I_{AT}) \quad (5.8)$$

Estas ecuaciones dan como resultado:

$$\lambda_A = -2,4067 \, \text{Wb} - \text{vuelta}$$

$$\lambda_B = 0,06604 \, \text{Wb} - \text{vuelta}$$

La unidad Weber-vuelta es equivalente a V·s, y dado que es más común utilizar V·s en adelante se utilizará esa unidad.

Con esto se puede calcular los enlaces de flujo disperso como la resta de los resultados anteriores:

$$\lambda_{disperso} = \lambda_A - \lambda_B = -3,067 \, \text{V} \cdot \text{s} \quad (5.9)$$

Si la ecuación (5.9) se divide entre la corriente de alta tensión, se obtiene el valor de la inductancia de dispersión vista desde el lado de alta tensión:

$$L_{cortocircuito} = \frac{\lambda_{disperso}}{I_{AT}} = 1,0954 H \quad (5.10)$$

Comparando este valor de inductancia con el obtenido en el apartado 5.2. se obtiene un error del 0,15%.

Repitiendo este proceso con los datos referidos al lado de baja tensión se llega a la misma conclusión.

De lo anterior se deduce que la precisión que se obtiene al trabajar con inductancias propias y mutuas en lugar de con la inductancia de cortocircuito es suficiente.

5.5. Estudio de la profundidad equivalente.

En este apartado se realizarán los cálculos de las inductancias propias y mutuas del transformador descrito en 5.2. mediante la herramienta Comsol Multiphysics mediante un estudio 2D con una profundidad equivalente calculada en el anexo 1.

Para construir este modelo se abre el programa de elementos finitos Comsol Multiphysics, en la pestaña 'New' se elige modelo '2D', 'Quasi-Statics, Magnetic', y finalmente 'Perpendicular Induction Currents, Vector Potential'. Esto se puede observar en la ilustración (5.6):

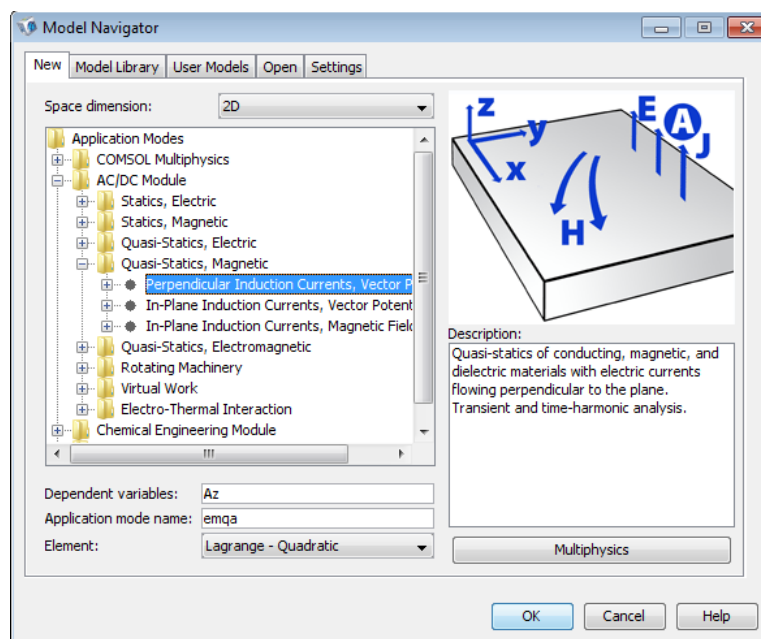


Ilustración 5.7: selección del modo para simulación con Comsol Multiphysics.

Una vez hecho, se construye el modelo, con las cotas de la ilustración (5.1), resultando en la ilustración (5.8):

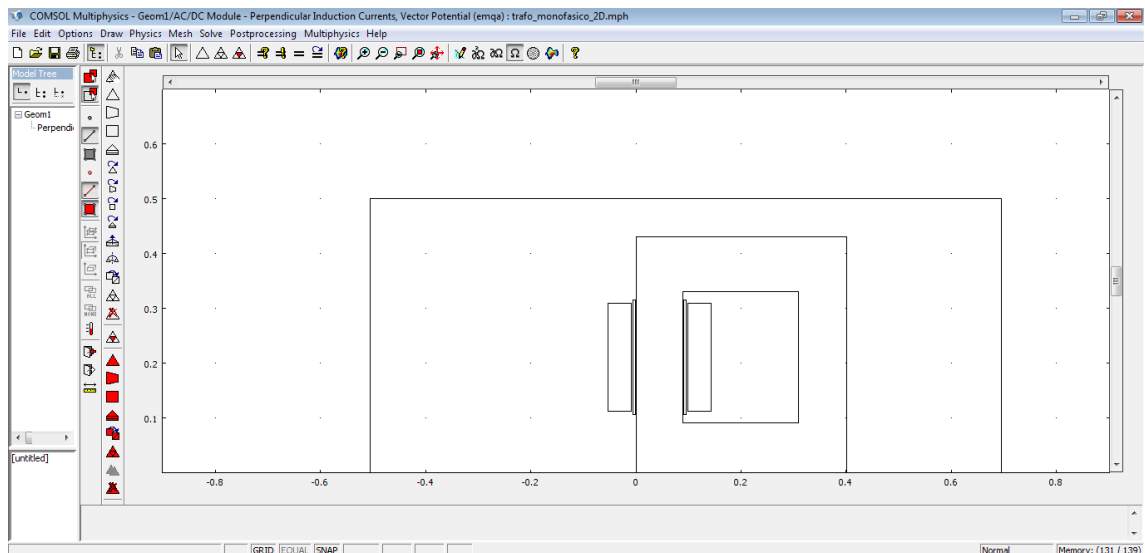


Ilustración 5.8: modelo de transformador monofásico en 2D en Comsol Multiphysics.

Para el cálculo de inductancias en los modelos 2D planos es importante tener en cuenta la energía magnética confinada en el espacio exterior al arrollamiento que no se encuentra dentro de la ventana (parte a la izquierda del núcleo magnético en la ilustración 5.7). El problema que se plantea es que este espacio es infinitamente grande. No obstante, la inducción en el exterior del arrollamiento disminuye con la distancia al mismo. Por ello se ha confinado el transformador en un recinto de aire. El tamaño de este recinto se determinó observando el incremento en la energía calculada al incrementar el tamaño del recinto.

Una vez tenemos el modelo, se procederá a realizar 4 ensayos: ensayo de cortocircuito, ensayo en vacío por el lado de alta tensión, ensayo en vacío por el lado de baja tensión, y ensayo con corrientes cualesquiera por ambos lados. En la tabla 5.8 se puede observar los datos utilizados para introducir en Comsol Multiphysics:

caso	Ensayo en cortocircuito	Ensayo de vacío en AT	Ensayo de vacío en BT	Ensayo con corrientes independientes
I_{BT} (A)	100	100	0	100
I_{AT} (A)	-2,8	0	10	10
$\sum N_i I_i$ (Av)	0,00	14406	51450	65856
δ_{BT} (A/m ²)	14.994.535,52	14.994.535,52	0,00	14.994.535,52
δ_{AT} (A/m ²)	-1.670.517,50	0,00	5.966.133,93	5.966.133,93

Tabla 5.7: valores de corriente y densidad de corriente para los ensayos.

En la ilustración (5.9) se muestran, a título de ejemplo, los resultados obtenido en uno de los mencionados casos.

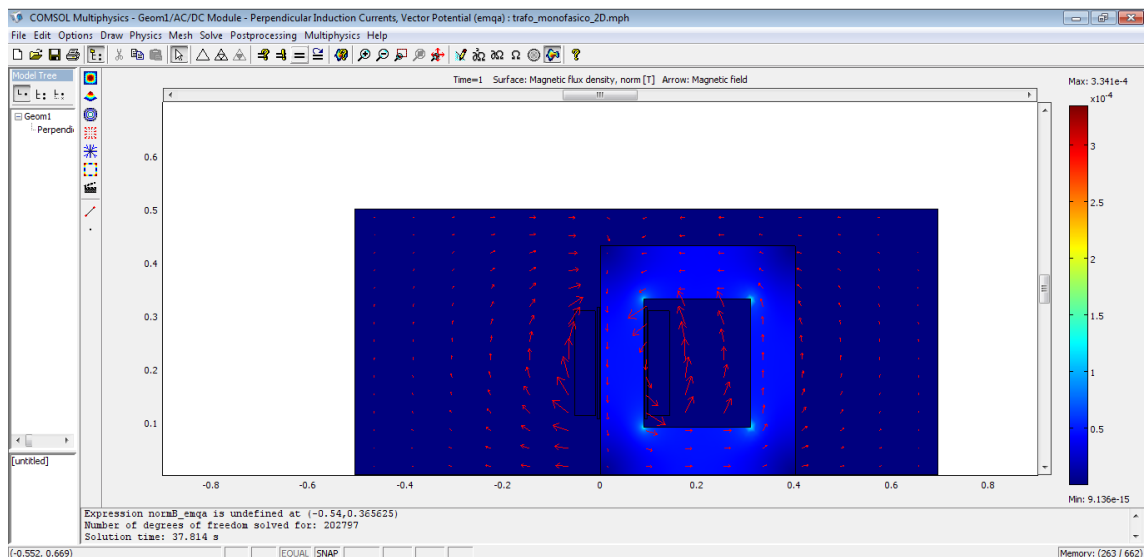


Ilustración 5.9: inducción magnética obtenida mediante el ensayo de corrientes independientes.

Una vez calculada la inducción en cada punto del espacio a partir de Comsol Multiphysics se obtienen las energías almacenadas en los distintos recintos. Estas energías por unidad de longitud se pueden ver en la tabla 5.9:

caso	Ensayo en cortocircuito	Ensayo de vacío en AT	Ensayo de vacío en BT	Ensayo con corrientes independientes
Hierro	0,0023	53565,0768	683227,8000	354185,3000
Aire	2,3765	36,5564	459,3514	245,2182
Ventana	2,3317	25,1167	310,5486	167,3367
BT1	0,9334	1,1121	6,6432	5,2568
BT2	0,9194	0,8664	5,8122	5,2403
AT1	7,3528	11,7854	62,5813	41,0133
AT2	7,7546	11,4592	52,1083	35,7465
suma [J/m]	21,6707	53651,9731	684124,8450	354685,1119

Tabla 5.8: energías almacenadas en cada recinto por unidad de longitud.

En el caso de transformador con los amperios-vuelta compensados, para obtener la profundidad equivalente se ha igualado la impedancia del modelo axisimétrico y del modelo plano:

$$X_{sim} = X_{2D}$$

El procedimiento utilizado para el cálculo de las inductancias propias y mutuas es el mismo usado en el apartado 5.4.1.

$$X_{sim} = f * \frac{S_n}{U_{AT}^2} * 4\pi * \frac{SUMA}{l_{AT}^2} * p_{ac} \quad (5.11)$$

Siendo SUMA la suma de las energías magnéticas almacenadas en cada uno de los recintos y p_{ac} la profundidad para el estudio 2D plano.

Despejando p_{ac} (profundidad) de la ecuación (5.11) se obtiene:

$$p_{ac} = \frac{X_{sim} * U_{AT}^2 * I_{AT}^2}{S_n * SUMA * f * 4\pi} \quad (5.12)$$

Resolviendo la ecuación (5.12) se obtiene un resultado de 0,1977m de espesor equivalente.

En el caso de que los amperios-vuelta de los arrollamientos del transformador no estén compensados, la inducción se establece preponderantemente en el núcleo magnético y la energía magnética almacenada en el hierro es muy superior a la suma de las energías magnéticas almacenadas en el resto de los elementos. Por lo que la profundidad equivalente se obtendrá como cociente entre la energía magnética almacenada en uno y otro caso.

$$p_{anc} = \frac{W_{Fe_2D_axi}}{W_{Fe_2D_plano}} = \frac{12550 \text{ J}}{53565 \text{ J/m}} = 0,234 \text{ m} \quad (5.13)$$

Este resultado se obtiene al igualar las energías de ambos procedimientos, tal como se muestra en la ecuación (5.14):

$$W_{Fe_2D_axi} = W_{Fe_2D_plano} * p_{anc} \quad (5.14)$$

En cualquier caso, calculando las inductancias propias, se observa que la profundidad equivalente en los casos 2, 3 y 4 debería ser diferente (0,234 m para los casos 2 y 3 y 0,74 m para el caso 4), de donde se deduce que el cálculo de las inductancias propias y mutuas utilizando modelos bidimensionales no es una buena solución, y si se quiere obtener una buena precisión hay que ir a modelos tridimensionales de transformador. La elaboración de un modelo tridimensional de transformador requiere un gran número de horas de trabajo, y la ejecución del modelo precisa de un ordenador de altas prestaciones. Por todo ello, la elaboración de un modelo tridimensional se sale del alcance de este TFG.

6. ESTUDIO DEL TRANSFORMADOR TRIFÁSICO YZ. RESULTADOS

6.1. Descripción del transformador en estudio

El transformador que se usará para el cálculo de las impedancias porcentuales de cortocircuito es un transformador trifásico con configuración de devanados Yzn7, con una potencia nominal de 25 kVA y cuya relación de transformación nominal es 15000/420 V.

Con estos datos, podemos obtener la corriente nominal de la máquina. La corriente se calcula como:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} \quad (6.1)$$

Donde S_n es la potencia nominal del transformador, y U_n es la tensión asignada del transformador. Dado que un transformador es una máquina con muy alto rendimiento se puede afirmar sin gran error que la potencia que toma el primario de la red es igual a la entregada por el secundario a la carga. De esta forma la expresión (6.1) puede ser utilizada para calcular las corrientes asignadas tanto de primario como de secundario. Sustituyendo en la expresión (6.1) la potencia asignada del transformador y las tensiones primaria y secundario obtenemos las siguientes corrientes:

$$I_{AT} = 34,6 \text{ A}$$

$$I_{BT} = 0,96 \text{ A}$$

En el presente TFG se han utilizado los datos geométricos de un transformador real, para lo cual el transformador fue desmantelado. De esta forma se obtuvieron los datos básicos del transformador. En la ilustración (6.1) se muestran de forma esquemática sus dimensiones:

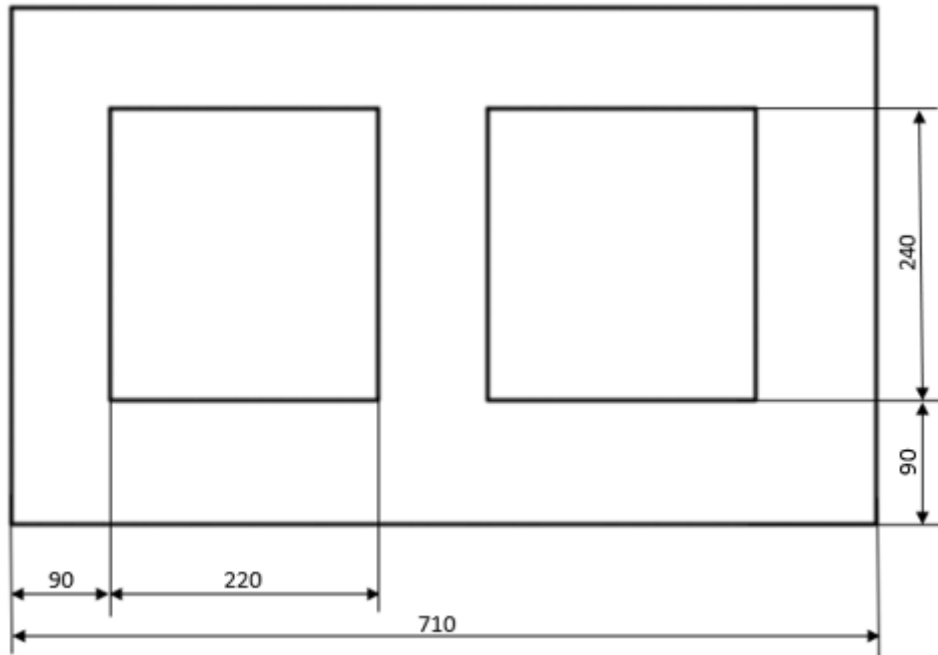


Ilustración 6.1: geometría del transformador. Cotas en mm.

Por simplicidad, se usará un modelo 2D en la herramienta de simulación.

El arrollamiento de baja tensión se dispone en el interior del devanado completo en las tres columnas. Al ser zig-zag, tiene dos bobinados, los cuales tienen una altura de 21 mm y están separados de la culata tanto superior como inferior 15 mm. El radio interior del bobinado interior es de 46,55 mm con un radio exterior de 48,8375 mm. Para el modelado el radio interior del arrollamiento exterior del lado de baja se tomará idéntico al radio exterior del arrollamiento interior, ya que si no fuera así el mallado realizado por la herramienta de Elementos Finitos sería demasiado reducido y ello aumentaría excesivamente los tiempos de cálculo. El radio exterior, medido, del arrollamiento externo de BT fue de 51,125mm. En este arrollamiento de baja tensión hay 83 espiras por cada semi-bobinado.

El arrollamiento de alta se dispone en la parte exterior del devanado completo en cada una de las columnas, estando separado de la culata inferior como de la culata superior 21,5 mm, con una altura de columna de 197 mm, un radio interior de 53,725 mm y un radio exterior de 97,5 mm. En este arrollamiento de alta tensión hay 5145 espiras bobinadas.

6.2. Impedancia de cortocircuito del transformador

Para realizar el modelo de elementos finitos del transformador se inicia el programa Comsol Multiphysics 3.5a y se selecciona la pestaña 'Axial symmetry (2D)', en el menú de selección se despliega la opción 'AC/DC Module', posteriormente se despliega la opción 'Quasi-Statics, Magnetics', ya que se trata de calcular el campo magnético creado por una corriente alterna de baja frecuencia (50 Hz). Teniendo en cuenta el sentido de circulación de corriente en los

arrollamientos, se selecciona ‘Azimuthal Induction Currents, Vector Potential’, ya que la corriente circula en el sentido azimutal. Este proceso se muestra en la siguiente ilustración:

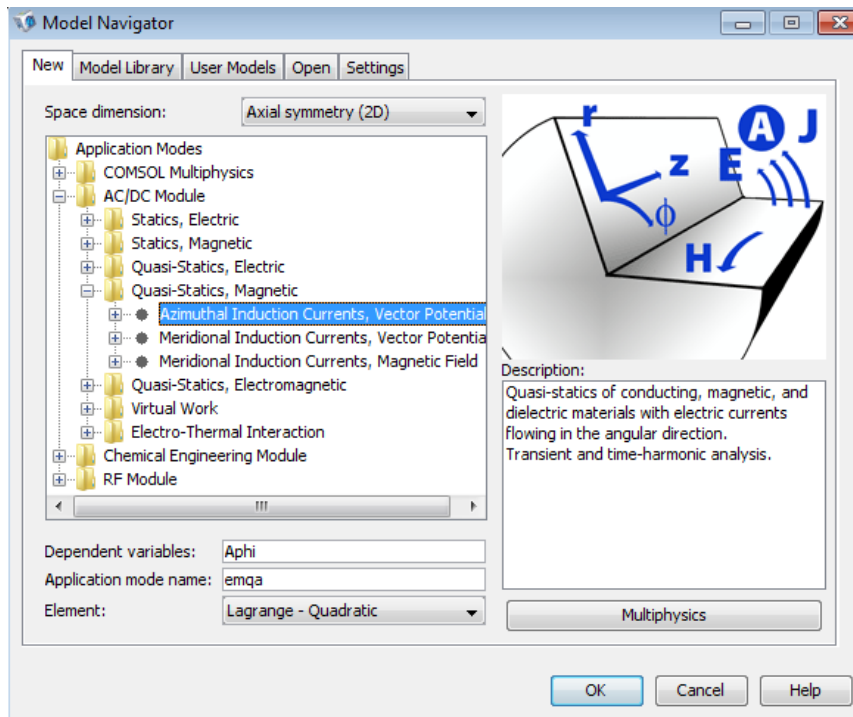


Ilustración 6.2: selección del modo para simulación en Comsol Multiphysics.

Una vez abierto el programa, se construye el modelo. Con las cotas de la ilustración 6.1, el modelo de una fase del transformador trifásico queda:

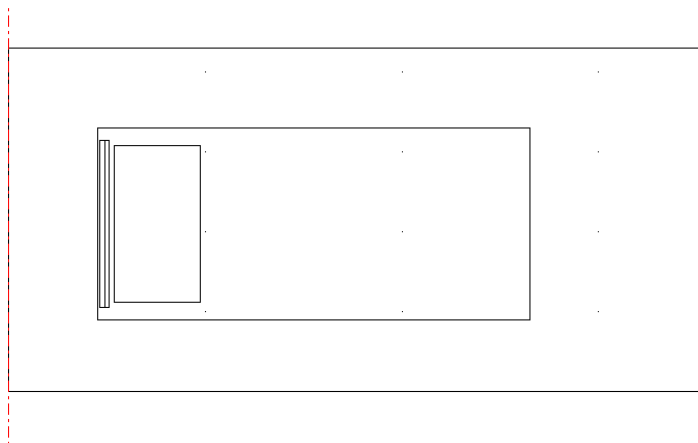


Ilustración 6.3: diseño del transformador en Comsol Multiphysics.

Como se puede comprobar, el modelo está compuesto por un núcleo de hierro y tres arrollamientos, dos del lado de baja tensión (arrollamiento correspondiente a la configuración zig-zag) y uno de alta tensión (arrollamiento correspondiente a la estrella). Esto se debe a la configuración Yz mencionada anteriormente. Si se eligen nombres para los arrollamientos, de izquierda a derecha, sería BT1, BT2 y AT respectivamente [10] [11].

Posteriormente se inyectan las corrientes en los arrollamientos para modelar el ensayo de cortocircuito. La corriente en el primario del transformador se tomará como

$$I_{AT} = \sqrt{2} * 0,96 * \cos(\omega * t)$$

Y teniendo en cuenta que el ángulo horario del transformador es Yz7 (ilustraciones 6.4 y 6.5), la corriente en el arrollamiento BT1 estará decalada 150° y en el arrollamiento BT2 la corriente está decalada 120° respecto de la tensión BT1 y entra en el semi-arrollamiento con polaridad opuesta a la de BT1. Con ello la expresión de las corrientes será:

$$I_{BT1} = \sqrt{2} * 34,6 * \cos(\omega * t + \frac{5 * \pi}{6})$$

$$I_{BT2} = -\sqrt{2} * 34,6 * \cos(\omega * t + \frac{5 * \pi}{6} - \frac{2 * \pi}{3})$$

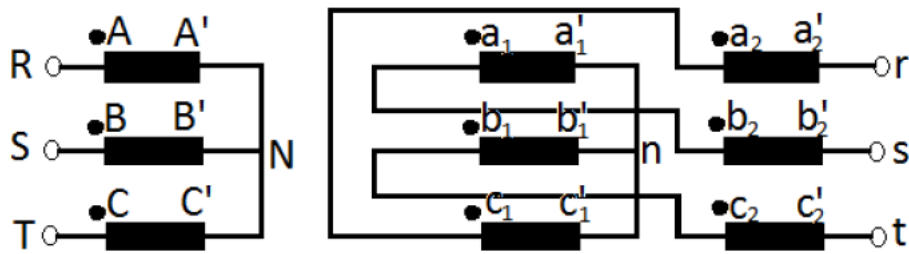


Ilustración 6.4: transformador Yz7.

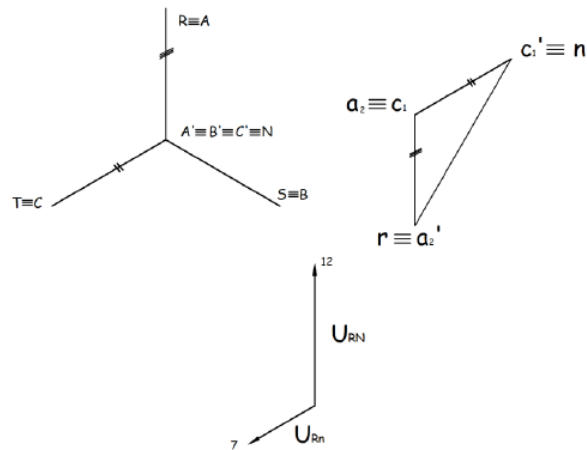


Ilustración 6.5: cálculo del índice horario del transformador.

A partir de estas ecuaciones, se ha dividido un ciclo de la onda senoidal en doce instantes para una simulación en corriente continua y contrastar los valores con la simulación en corriente

casos	1	2	3	4	5	6
tiempo	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
BT1	-42,38	-48,94	-42,38	-24,47	0,00	24,47
BT2	-42,38	-24,47	0,00	24,47	42,38	48,94
AT	1,36	1,18	0,68	0,00	-0,68	-1,18
amperios-vuelta						
BT1	-3517,68	-4061,87	-3517,68	-2030,93	0,00	2030,93
BT2	-3517,68	-2030,93	0,00	2030,93	3517,68	4061,87
AT	7001,45	6063,44	3500,73	0,00	-3500,73	-6063,44
suma amperios-vuelta						
	-33,90	-29,36	-16,95	0,00	16,95	29,36
densidad de corriente						
BT1	-7322778,59	-8455616,38	-7322778,59	-4227808,19	0,00	4227808,19
BT2	-7322778,59	-4227808,19	0,00	4227808,19	7322778,59	8455616,38
AT	811887,61	703115,30	405943,81	0,00	-405943,81	-703115,30

Tabla 6.1: valores en continua de los arrollamientos según las expresiones de corriente alterna.

casos	7	8	9	10	11	12
tiempo	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
BT1	42,38	48,94	42,38	24,47	0,00	-24,47
BT2	42,38	24,47	0,00	-24,47	-42,38	-48,94
AT	-1,36	-1,18	-0,68	0,00	0,68	1,18
amperios-vuelta						
BT1	3517,68	4061,87	3517,68	2030,93	0,00	-2030,93
BT2	3517,68	2030,93	0,00	-2030,93	-3517,68	-4061,87
AT	-7001,45	-6063,44	-3500,73	0,00	3500,73	6063,44
suma amperios-vuelta						
	33,90	29,36	16,95	0,00	-16,95	-29,36
densidad de corriente						
BT1	7322778,59	8455616,38	7322778,59	4227808,19	0,00	-4227808,19
BT2	7322778,59	4227808,19	0,00	-4227808,19	-7322778,59	-8455616,38
AT	-811887,61	-703115,30	-405943,81	0,00	405943,81	703115,30

Tabla 6.2: valores en continua de los arrollamientos según las expresiones de corriente alterna.

Con los valores en los arrollamientos, se calcula la inducción en todos los puntos de la ventana del transformador en corriente alterna (ilustración 6.6).

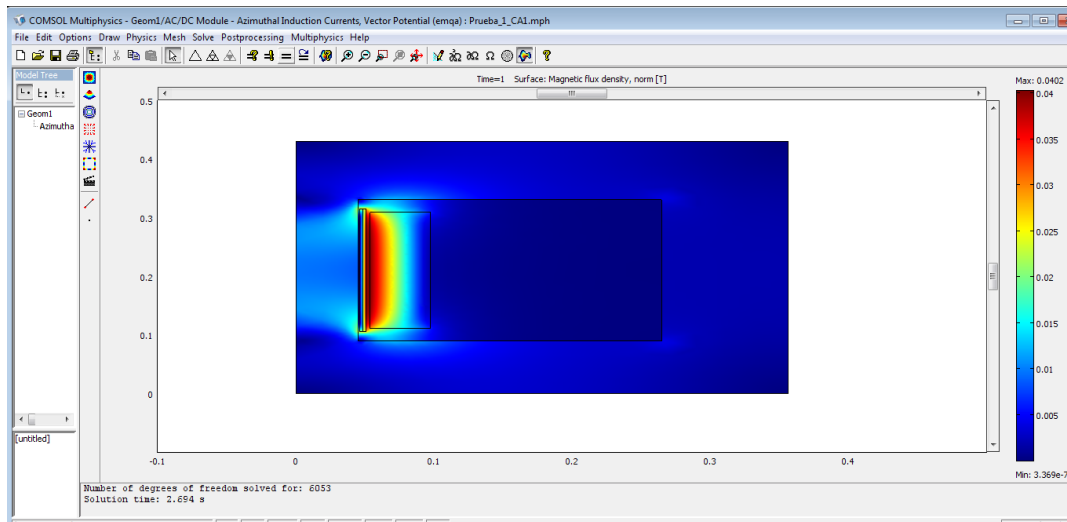


Ilustración 6.6: resultados de la inducción magnética del transformador.

A partir de este punto, la simulación se realizará en corriente continua de acuerdo a las tablas (6.1) y (6.2).

Una vez obtenidos los resultados, se calcula la energía magnética almacenada en los distintos elementos (los arrollamientos, el aire y el hierro), esto se muestra en las tablas 6.3 y 6.4:

Caso	1	2	3	5	6
hierro	6,88E-02	5,16E-02	1,72E-02	1,72E-02	5,16E-02
aire	0,194825	0,146391	0,049001	0,04848	0,14587
BT1	0,009228	0,011686	0,008472	3,43E-04	0,003557
BT2	0,058955	0,053239	0,02519	0,008574	0,036623
AT	0,752039	0,563829	0,18781	1,88E-01	0,56423
suma	1,08E+00	8,27E-01	2,88E-01	2,63E-01	8,02E-01
L [mH]	1,17055261	1,19051391	1,24275284	1,13532038	1,15470252
X [Ω]	367,739949	374,010975	390,422319	356,671417	362,760494
Impedancia %	4,09	4,16	4,34	3,96	4,03
Error	-0,7%	1,0%	5,4%	-3,7%	-2,0%

Tabla 6.3: valores de energía magnética almacenada en julios en el transformador.

caso	7	8	9	11	12
hierro	6,88E-02	5,16E-02	1,72E-02	1,72E-02	5,16E-02
aire	0,194825	0,146391	0,049001	0,04848	0,14587
BT1	0,009228	0,011686	0,008472	3,43E-04	0,003557
BT2	0,058955	0,053239	0,02519	0,008574	0,036623
AT	0,752039	0,563829	0,18781	1,88E-01	0,56423
suma	1,08E+00	8,27E-01	2,88E-01	2,63E-01	8,02E-01
L [mH]	1,17055261	1,19051391	1,24275284	1,13532038	1,15470252
X [Ω]	367,739949	374,010975	390,422319	356,671417	362,760494
Impedancia %	4,09	4,16	4,34	3,96	4,03
Error	-0,7%	1,0%	5,4%	-3,7%	-2,0%

Tabla 6.4: valores de energía magnética almacenada en julios en el transformador.

Una vez se tengan esos valores, se procederá a calcular la inductancia equivalente del transformador mediante la siguiente expresión:

$$W = 0,5 * L * I^2 \quad (6.2)$$

De aquí se despeja L (inductancia en henrios), dejando la ecuación como:

$$L = 2 * \frac{W}{I^2} \quad (6.3)$$

Esto da una inductancia de 1,18 H. con este valor, se puede obtener la inductancia del transformador en ohmios mediante la siguiente ecuación:

$$X_{cc} = 2 * \pi * f * L \quad (6.4)$$

Donde L es la inducción de la bobina calculada con la ecuación (5.3) y f es la frecuencia del sistema (al tratarse de un transformador europeo, esta será 50 Hz). Con esto se obtiene un valor de 370,32 Ω .

Para obtener la impedancia de cortocircuito porcentual, hay que hacer referencia a la ecuación (5.5):

$$x_{cc} = X_{cc} * \frac{S_n}{U_n^2} * 100 \quad (6.5)$$

Al usar la corriente de alta tensión como referencia en la ecuación (6.3), al calcular esta impedancia de cortocircuito porcentual, la tensión asignada también será la de alta tensión. Con esto, la inductancia equivalente del transformador obtenida es de 4,11%.

7. ESTUDIO DEL TRANSFORMADOR TRIFÁSICO CON MODELO COMPLETO.

7.1. Estudio de inductancias propias y mutuas.

Para calcular las inductancias propias y mutuas de entre arrollamientos se ha utilizado el modelo de la ilustración 7.1. Las principales características del modelo son:

1. El modelo usado para este estudio es un modelo completo del transformador en dos dimensiones.
2. Las corrientes inyectadas en los arrollamientos son corriente alterna sinusoidal.

Para calcular las inductancias propias y mutuas se realizará una serie de simulaciones en Comsol Multiphysics

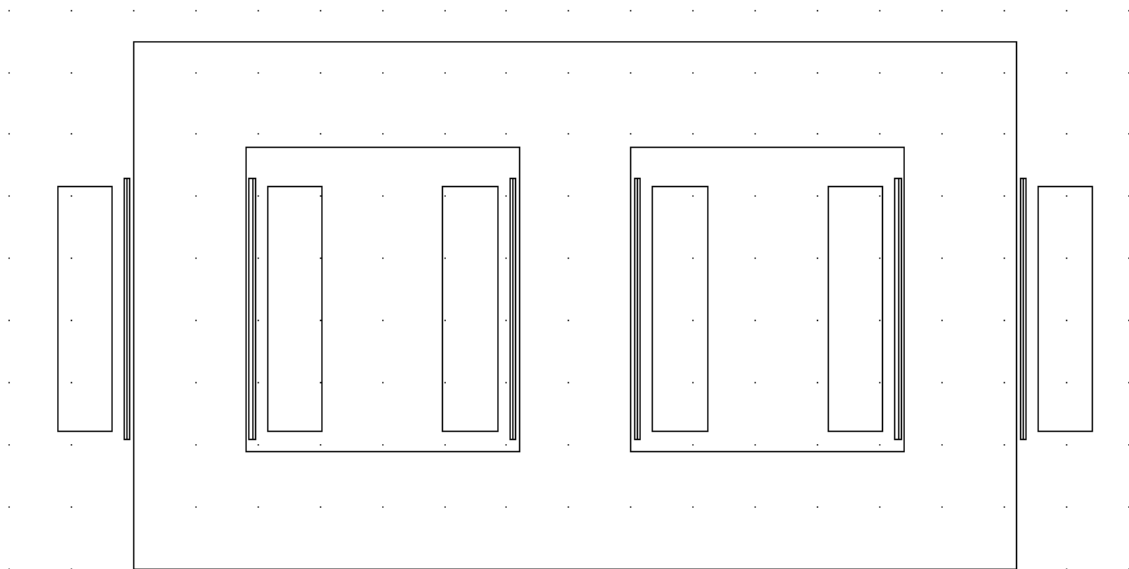


Ilustración 7.1: modelo de 2D para simulación en Comsol Multiphysics.

Empezando por el lado del primario, las densidades de corriente introducidas en Comsol Multiphysics son:

$$I_R(t) = 496970,76 * \cos(\omega * t)$$

$$I_S(t) = 496970,76 * \cos\left(\omega * t - \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$I_T(t) = 496970,76 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

Las corrientes inyectadas en los arrollamientos de baja tensión corresponden a un transformador Yz7:

$$I_{r1} = 5150888,99 * \cos(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) - \left(\frac{2\pi}{3}\right))$$

$$I_{r2} = 5150888,99 * \cos(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

$$I_{s1} = 5150888,99 * \cos(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) + \left(\frac{2\pi}{3}\right))$$

$$I_{s2} = 5150888,99 * \cos(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) - \left(\frac{2\pi}{3}\right))$$

$$I_{t1} = 5150888,99 * \cos(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

$$I_{t2} = 5150888,99 * \cos(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) + \left(\frac{2\pi}{3}\right))$$

El subíndice '2' indica el arrollamiento externo de baja tensión, mientras que el subíndice '1' indica el arrollamiento interno de baja tensión.

En primer lugar, se realizó un cálculo de impedancia de cortocircuito para comparar el resultado con el modelo 2D con simetría axial. Siendo conocidas las corrientes y sabiendo el modelo, se simula con Comsol Multiphysics, obteniendo el siguiente resultado:

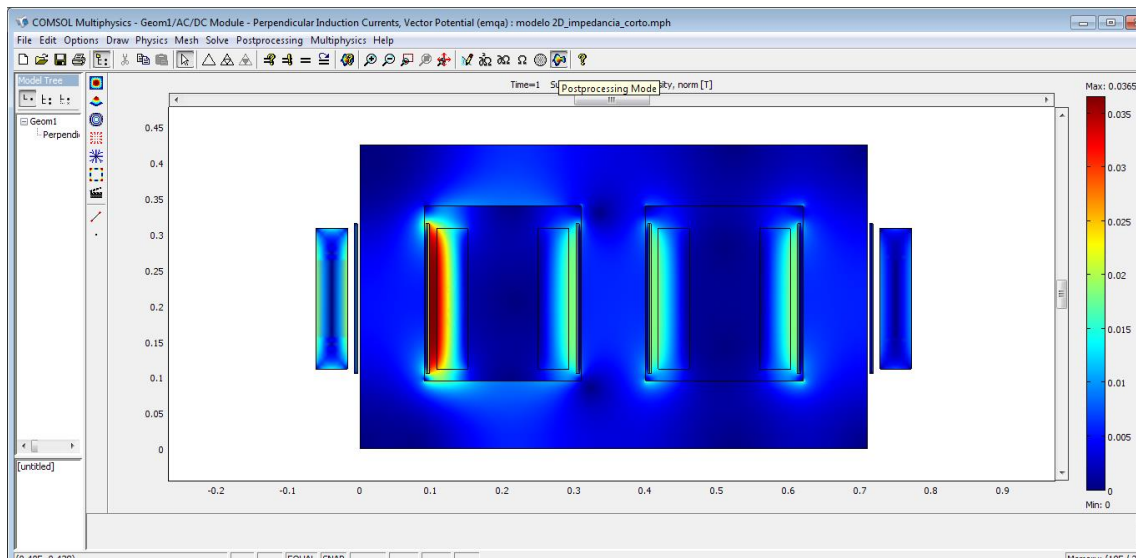


Ilustración 7.2: resultados para el estudio de la impedancia de cortocircuito.

Una vez obtenido este resultado, con la opción de calcular la energía almacenada en cada elemento del transformador, se obtiene la siguiente tabla:

Elemento	Energía (J/m)
Fe	3,384E-04

ventana 1	1,465E+00
ventana 2	5,870E-01
R1	3,675E-01
r12	2,066E-02
r11	2,066E-02
r21	1,388E-01
r22	2,293E-02
R2	1,339E+00
S1	3,360E-01
s12	5,944E-02
s11	2,069E-02
s21	2,073E-02
s22	5,945E-02
S2	3,327E-01
T1	3,334E-01
t12	2,017E-02
t11	1,023E-03
t21	3,866E-03
t22	9,067E-03
T2	9,188E-02
SUMA (N)	5,24942767
SUMA*profundidad (J)	0,54489059
L visto desde AT (H)	1,17696368
X visto desde AT (ohm)	369,754045
x (%)	4,11%

Tabla 7.1: resultados de la simulación con Comsol Multiphysics.

Una vez obtenidos estos valores, se compara con los resultados obtenidos en el estudio con el modelo con simetría axial, y se ajustará la profundidad equivalente para que la impedancia de cortocircuito coincida. Este se calcula mediante la siguiente expresión:

$$X_{sim} = X_{2D}$$

$$X_{sim} = f * \frac{S_n}{U_{AT}^2} * 4\pi * \frac{SUMA}{I_{AT}^2} * p \quad (7.1)$$

Despejando p (profundidad) de la ecuación (7.1) se obtiene:

$$p = \frac{X_{sim} * U_{AT}^2 * I_{AT}^2}{S_n * SUMA * f * 4\pi} \quad (7.2)$$

Resolviendo la ecuación (7.2) se obtiene un resultado de 0,1038 m de espesor equivalente.

Este valor se usará para el cálculo de la energía interna almacenada.

7.1.1. Cálculo de inductancias propias.

Para el cálculo de inductancias propias, se inyecta corriente únicamente por el arrollamiento en estudio.

Siendo las corrientes conocidas, se utilizará el software Comsol Multiphysics para calcular la energía interna almacenada en los distintos elementos del transformador, y así poder obtener las distintas inductancias.

Los resultados para el caso de alta se muestran en la tabla 7.2. A título de ejemplo en la ilustración (7.3) se muestra la distribución de la inducción en el caso de alimentar el arrollamiento de la fase R.

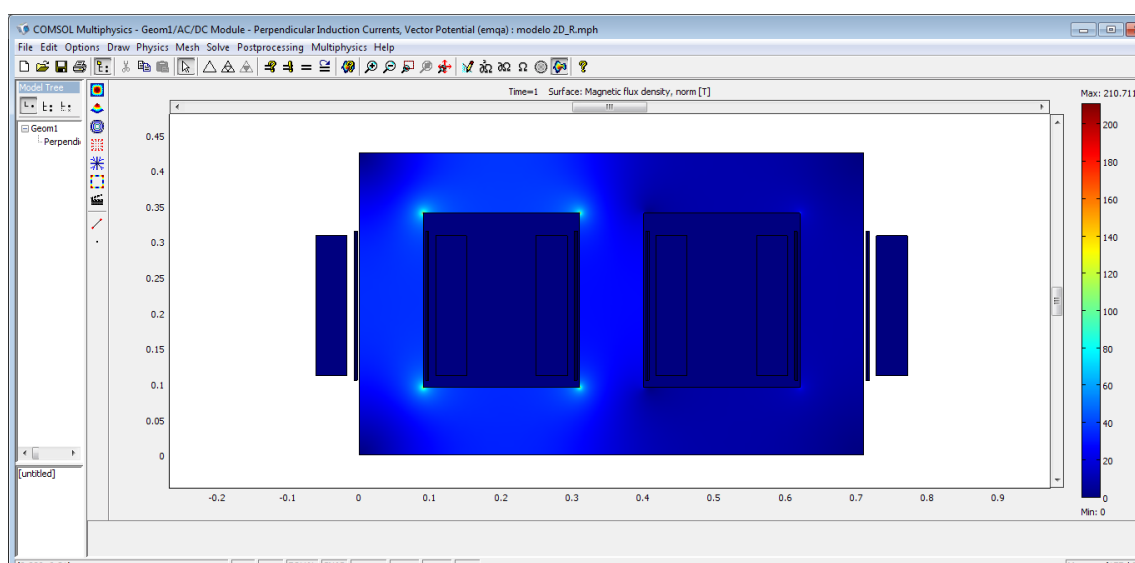


Ilustración 7.3: resultados para el estudio de la fase R.

Después de la simulación, se calcula las inductancias propias de las bobinas del primario:

Energía almacenada	caso R	caso S	caso T
Fe	9,742E+03	3,728E+03	2,436E+03
ventana 1	3,376E+00	6,768E-01	5,852E-02
ventana 2	2,341E-01	6,768E-01	8,440E-01
R1	3,675E-01	0,000E+00	0,000E+00
r12	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
r11	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
r21	3,837E-02	3,441E-03	3,145E-04
r22	3,936E-02	3,535E-03	3,231E-04
R2	6,637E-01	8,368E-02	7,540E-03
S1	4,231E-01	1,408E-01	1,966E-02
s12	1,797E-02	1,210E-02	1,238E-03
s11	1,755E-02	1,172E-02	1,246E-03
s21	4,983E-03	1,172E-02	4,387E-03
s22	4,950E-03	1,210E-02	4,493E-03

S2	7,865E-02	1,408E-01	1,058E-01
T1	3,016E-02	8,368E-02	1,659E-01
t12	1,292E-03	3,535E-03	9,841E-03
t11	1,258E-03	3,441E-03	9,593E-03
t21	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
t22	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
T2	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
SUMA (N)	9747,63159	3729,89464	2436,80708
SUMA*profundidad (J)	1011,80416	387,163064	252,940575
L visto desde AT (H)	2185,49698	836,272218	546,351641
X visto desde AT (ohm)	686594,127	262722,666	171641,43
x (%)	7628,82%	2919,14%	1907,13%

Tabla 7.2: resultados de la inductancia propia de cada bobina de alta tensión.

Del mismo modo se calculan las inductancias propias de las bobinas de baja tensión:

energía almacenada	caso r1	caso s1	caso r2	caso s2
Fe	2,436E+03	3,728E+03	2,436E+03	1,251E-05
ventana 1	9,576E-01	7,316E-01	9,572E-01	2,454E-09
ventana 2	5,851E-02	7,316E-01	5,852E-02	2,455E-09
R1	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
r12	3,866E-03	0,000E+00	9,068E-03	0,000E+00
r11	9,067E-03	0,000E+00	3,866E-03	0,000E+00
r21	2,011E-02	3,404E-03	1,454E-02	1,143E-11
r22	4,296E-02	3,498E-03	1,871E-02	1,174E-11
R2	4,372E-01	8,239E-02	4,382E-01	2,765E-10
S1	1,043E-01	3,291E-01	1,043E-01	1,107E-09
s12	4,448E-03	3,386E-02	4,449E-03	5,12E-11
s11	4,342E-03	1,638E-02	4,343E-03	5,550E-11
s21	1,245E-03	1,638E-02	1,245E-03	5,550E-11
s22	1,237E-03	3,383E-02	1,237E-03	5,124E-11
S2	1,966E-02	3,291E-01	1,966E-02	1,075E-09
T1	7,539E-03	8,239E-02	7,539E-03	2,765E-10
t12	3,230E-04	3,498E-03	3,231E-04	1,174E-11
t11	3,144E-04	3,405E-03	3,144E-04	1,143E-11
t21	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
t22	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
T2	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
SUMA (N)	2437,25599	3730,431436	2437,32756	1,2519E-05
SUMA*profundidad (J)	252,987171	387,2187831	252,994601	1,2995E-06
L visto desde AT (H)	546,45229	836,3925714	546,468339	2,8069E-06
X visto desde AT (ohm)	171673,05	262760,4758	171678,092	0,00088181
x (%)	1907,48%	2919,56%	1907,53%	0,00%

Tabla 7.3: resultado de la inductancia propia para cada bobina de baja tensión.

Se ha omitido el cálculo de las bobinas 't1' y 't2' por simetría.

El cálculo de la inductancia propia y la impedancia que supone se ha realizado mediante las siguientes ecuaciones:

$$L = 2 * \frac{W}{I^2} \quad (7.3)$$

Conocida la inductancia, se puede calcular la impedancia de cortocircuito mediante:

$$X_{cc} = 2 * \pi * f * L \quad (7.4)$$

Para obtener la impedancia de cortocircuito porcentual, hay que hacer referencia a la ecuación (7.5):

$$x_{cc} = X_{cc} * \frac{S_n}{U_n^2} * 100 \quad (7.5)$$

7.1.2. Cálculo de inductancias mutuas

En este apartado se calcularán las inductancias mutuas que se generan entre las distintas bobinas del transformador. Para ello, usando el modelo de la ilustración (7.1), se inyectarán corrientes en las bobinas en estudio. Las densidades de corriente introducidas en Comsol Multiphysics son:

$$I_R(t) = \sqrt{2} * 5164671,59 * \cos(\omega * t)$$

$$I_S(t) = \sqrt{2} * 5164671,59 * \cos\left(\omega * t - \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$I_T(t) = \sqrt{2} * 5164671,59 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$I_{r1} = \sqrt{2} * 14988290,39 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) - \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$I_{r2} = \sqrt{2} * 14988290,39 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$$

$$I_{s1} = \sqrt{2} * 14988290,39 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) + \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$I_{s2} = \sqrt{2} * 14988290,39 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) - \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$I_{t1} = \sqrt{2} * 14988290,39 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$$

$$I_{t2} = \sqrt{2} * 14988290,39 * \cos\left(\omega * t + \left(\frac{5\pi}{6}\right) + \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

La ilustración (7.4) muestra a título de ejemplo la inducción obtenida en uno de los casos.

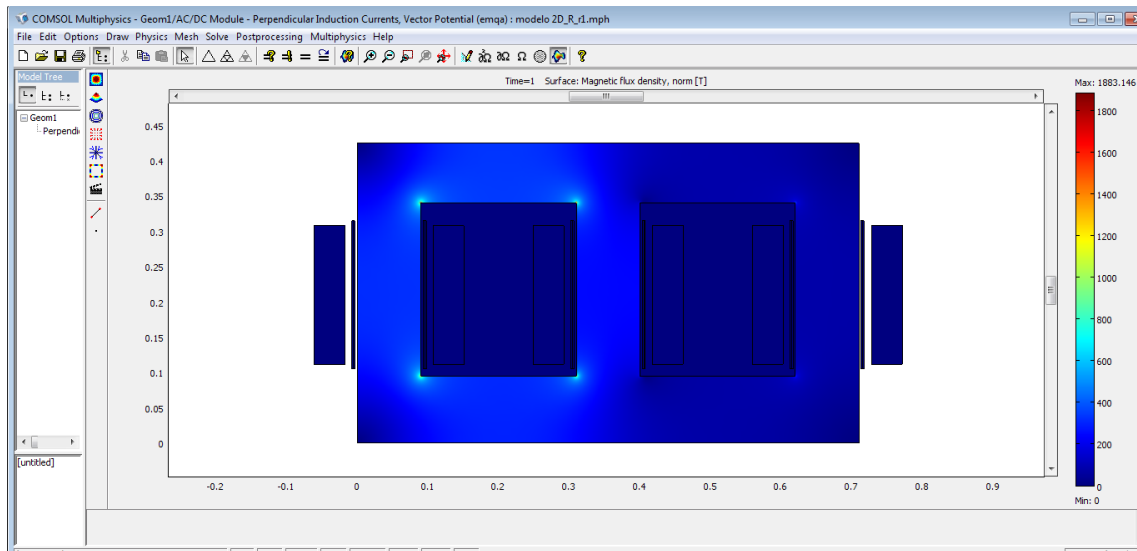


Ilustración 7.4: resultados del estudio de la interacción de las bobinas R y r1

Con todo esto, usando la opción de Comsol Multiphysics que calcula la energía interna almacenada en cada elemento, se construye las siguientes tablas:

energía almacenada	caso R r1	caso R t2	caso r1 t2	caso R S	caso r1 S	caso R s1	caso r1 s1
Fe	7,782E+05	1,004E+06	5,092E+04	2,260E+06	3,105E+05	8,581E+05	8,375E+04
ventana 1	2,815E+02	3,793E+02	6,191E+00	3,562E+02	9,765E+01	4,045E+02	8,160E+00
ventana 2	1,800E+01	5,060E+07	6,191E+00	4,178E+01	8,152E+01	5,307E+01	3,667E+00
R1	3,969E+01	3,969E+01	0,000E+00	3,969E+01	0,000E+00	3,968E+01	0,000E+00
r12	3,273E-02	0,000E+00	3,273E-02	0,000E+00	3,273E-02	0,000E+00	3,273E-02
r11	7,678E-02	0,000E+00	7,678E-02	0,000E+00	7,678E-02	0,000E+00	7,678E-02
r21	3,771E+00	3,945E+00	1,791E-01	6,927E+00	4,611E-01	3,502E+00	2,210E-01
r22	5,017E+00	4,046E+00	3,430E-01	7,108E+00	1,010E+00	3,592E+00	3,184E-01
R2	5,909E+01	7,200E+01	3,084E+00	7,872E+01	2,064E+01	7,301E+01	2,183E+00
S1	3,388E+01	5,032E+01	4,274E-01	6,930E+01	1,496E+01	6,282E+01	1,658E+00
s12	1,438E+00	2,124E+00	2,400E-02	6,399E+00	9,054E-01	2,603E+00	2,711E-01
s11	1,404E+00	2,069E+00	2,443E-02	6,223E+00	8,762E-01	1,686E+00	2,234E-01
s21	3,980E-01	7,384E-01	2,443E-02	2,874E+00	1,127E+00	8,929E-01	1,190E-01
s22	3,954E-01	7,448E-01	2,400E-02	2,952E+00	1,161E+00	1,536E+00	1,971E-01
S2	6,282E+00	1,382E+01	4,275E-01	1,945E+01	1,597E+01	2,065E+01	1,641E+00
T1	2,409E+00	1,184E+01	3,092E+00	1,461E+00	1,062E+01	6,966E+00	3,398E-01
t12	1,032E-01	2,591E-01	1,666E-01	6,023E-02	4,491E-01	2,976E-01	1,437E-02
t11	1,005E-01	1,770E-02	1,595E-01	5,866E-02	4,372E-01	2,897E-01	1,398E-02
t21	0,000E+00	3,274E-02	3,273E-02	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
t22	0,000E+00	7,679E-02	7,678E-02	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
T2	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
SUMA (N)	778639,9234	51606434	50944,7199	2260706,16	310761,893	858734,701	83773,7337
SUMA*profundidad (J)	80822,82404	5356747,85	5288,06193	234661,299	32257,0845	89136,662	8695,71355
L visto desde AT (H)	-57,7610985	1365,41713	-151,5802	59,0692955	-68,97276	-96,1100841	-191,252616
X visto desde AT (ohm)	-18146,1843	428958,444	-47620,321	18557,1665	-21668,434	-30193,8734	-60083,7814
x (%)	-201,62%	4766,20%	-529,11%	206,19%	-240,76%	-335,49%	-667,60%

Tabla 7.4: resultados de la energía almacenada en cada elemento e impedancia de cortocircuito.

energía almacenada	caso r1 s1	caso S s1	caso R r2	caso r1 r2	caso t2r2	caso S r2	caso R T
Fe	8,375E+04	2,087E+05	7,782E+05	8,249E+04	5,093E+04	3,106E+05	1,562E+06
ventana 1	8,160E+00	4,558E+01	2,815E+02	3,242E+01	6,191E+00	9,764E+01	3,204E+02
ventana 2	3,667E+00	4,558E+01	1,870E+01	1,982E+00	6,191E+00	8,154E+01	6,597E+01
R1	0,000E+00	0,000E+00	3,969E+01	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	3,968E+01
r12	3,273E-02	0,000E+00	7,678E-02	1,750E-01	7,678E-02	7,677E-02	0,000E+00
r11	7,678E-02	0,000E+00	3,273E-02	1,750E-01	3,273E-02	3,273E-02	0,000E+00
r21	2,210E-01	1,935E-01	2,869E+00	4,133E-01	1,595E-01	9,197E-02	4,900E+00
r22	3,184E-01	1,987E-01	3,902E+00	8,712E-01	1,666E-01	4,680E-01	5,027E+00
R2	2,183E+00	4,713E+00	5,908E+01	1,482E+01	3,092E+00	2,066E+01	7,159E+01
S1	1,658E+00	1,388E+01	3,388E+01	3,532E+00	4,275E-01	1,496E+01	3,192E+01
s12	2,711E-01	2,001E+00	1,438E+00	1,507E-01	2,400E-02	9,056E-01	1,459E+00
s11	2,234E-01	1,181E+00	1,404E+00	1,471E-01	2,444E-02	8,765E-01	1,447E+00
s21	1,190E-01	1,181E+00	3,980E-01	4,218E-02	2,443E-02	1,127E+00	4,292E-01
s22	1,971E-01	2,001E+00	3,954E-01	4,191E-02	2,400E-02	1,162E+00	4,048E-01
S2	1,641E+00	1,388E+01	6,282E+00	6,658E-01	4,274E-01	1,597E+01	4,026E+00
T1	3,398E-01	4,714E+00	2,409E+00	2,553E-01	3,092E+00	1,062E+01	2,028E+01
t12	1,437E-02	1,987E-01	1,032E-01	1,094E-02	1,666E-01	4,492E-01	1,944E+00
t11	1,398E-02	1,935E-01	1,005E-01	1,065E-02	1,595E-01	4,372E-01	1,894E+00
t21	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	3,273E-02	0,000E+00	0,000E+00
t22	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	7,678E-02	0,000E+00	0,000E+00
T2	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	9,922E+00
SUMA (N)	83773,7337	208857,493	778638,546	82544,0518	50946,2349	310846,815	1562523,32
SUMA*profundidad (J)	8695,71355	21679,4077	80822,6811	8568,07257	5288,21918	32265,8994	162189,921
L visto desde AT (H)	-191,2526	-112,4177	-57,76338	-150,6976	-151,5846	-68,97264	39,926065
X visto desde AT (ohm)	-60083,781	-35317,072	-18146,90	-47343,06	-47621,72	-21668,393	12543,1432
x (%)	-667,60%	-392,41%	-201,63%	-526,03%	-529,13%	-240,76%	139,37%

Tabla 7.5: resultados de la energía almacenada en cada elemento e impedancia de cortocircuito.

energía almacenada	caso R t1	caso r1 t1	caso r2 t1	caso R s2	caso r1 s2	caso S s2	caso r2 s2	caso s2
Fe	1,052E+06	2,062E+04	2,062E+04	1,052E+06	2,062E+04	4,026E+05	2,062E+04	1,251E-05
ventana 1	3,647E+02	8,108E+00	8,105E+00	3,647E+02	8,108E+00	7,310E+01	8,105E+00	2,454E-09
ventana 2	2,528E+01	4,954E-01	4,954E-01	2,529E+01	4,954E-01	7,310E+01	4,954E-01	2,455E-09
R1	3,969E+01	0,000E+00	0,000E+00	3,969E+01	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
r12	0,000E+00	3,273E-02	7,678E-02	0,000E+00	3,273E-02	0,000E+00	7,678E-02	0,000E+00
r11	0,000E+00	7,678E-02	3,273E-02	0,000E+00	7,678E-02	0,000E+00	3,273E-02	0,000E+00
r21	4,145E+00	1,703E-01	1,231E-01	4,145E+00	1,703E-01	3,717E-01	1,231E-01	1,143E-11
r22	4,252E+00	3,637E-01	1,584E-01	4,252E+00	3,637E-01	3,818E-01	1,584E-01	1,174E-11
R2	7,169E+01	3,702E+00	3,710E+00	7,169E+01	3,702E+00	9,037E+00	3,710E+00	2,765E-10
S1	4,570E+01	8,829E-01	8,830E-01	4,570E+01	8,829E-01	1,521E+01	8,830E-01	1,107E-09
s12	1,941E+00	3,766E-02	3,767E-02	1,941E+00	3,766E-02	1,307E+00	3,767E-02	5,12E-11
s11	1,895E+00	3,677E-02	3,677E-02	1,895E+00	3,677E-02	1,266E+00	3,677E-02	5,550E-11
s21	5,382E-01	1,055E-02	1,055E-02	5,382E-01	1,055E-02	1,266E+00	1,055E-02	5,550E-11
s22	5,347E-01	1,048E-02	1,048E-02	5,347E-01	1,048E-02	1,307E+00	1,048E-02	5,124E-11
S2	8,494E+00	1,664E-01	1,664E-01	8,495E+00	1,664E-02	1,521E+01	1,664E-01	1,075E-09
T1	3,256E+00	6,383E-02	6,383E-02	3,258E+00	6,383E-02	9,037E+00	6,383E-02	2,765E-10
t12	1,396E-01	2,735E-03	2,735E-03	1,396E-01	2,735E-03	3,818E-01	2,735E-03	1,174E-11
t11	1,359E-01	2,662E-03	2,662E-03	1,359E-01	2,662E-03	3,717E-01	2,662E-03	1,143E-11
t21	8,206E-09	2,066E-29	1,570E-14	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
t22	3,498E-09	8,796E-30	6,693E-15	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
T2	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00	0,000E+00
SUMA (N)	1052918,37	20636,7339	20636,5016	1052837,36	20636,5857	402828,637	20636,4868	1,2519E-05
SUMA*profu ndidad (J)	109292,927	2142,09297	2142,069	109284,518	2142,0776	41813,612	2142,0673	1,2995E-06
L visto desde AT (H)	-50,081302	-152,4288	-152,4311	26,41975	-75,9255	10,10842	-75,927	2,8069E-06
X visto desde AT (ohm)	-15733,505	-47886,92	-47887,631	8300,0092	-23852,698	3175,65391	-23853,405	0,0001
x (%)	-174,82%	-532,08%	-532,08%	92,22%	-265,03%	35,29%	-265,04%	0,00%

Tabla 7.6: resultados de la energía almacenada en cada elemento e impedancia de cortocircuito.

Con los resultados presentas en las tablas 7.4, 7.5 y 7.6 es posible construir la matriz de inductancias propias y mutuas del transformador en estudio, siguiendo las posiciones de la ecuación (7.6):

$$[L] = \begin{bmatrix} L_R & M_{RS} & M_{RT} & M_{Rr1} & M_{Rr2} & M_{Rs1} & M_{Rs2} & M_{Rt1} & M_{Rt2} \\ M_{SR} & L_S & M_{ST} & M_{Sr1} & M_{Sr2} & M_{Ss1} & M_{Ss2} & M_{St1} & M_{St2} \\ M_{TR} & M_{TS} & L_T & M_{Tr1} & M_{Tr2} & M_{Ts1} & M_{Ts2} & M_{Tt1} & M_{Tt2} \\ M_{r1R} & M_{r1S} & M_{r1T} & L_{r1} & M_{r1r2} & M_{r1s1} & M_{r1s2} & M_{r1t1} & M_{r1t2} \\ M_{r2R} & M_{r2S} & M_{r2T} & M_{r2r1} & L_{r2} & M_{r2s1} & M_{r2s2} & M_{r2t1} & M_{r2t2} \\ M_{s1R} & M_{s1S} & M_{s1T} & M_{s1r1} & M_{s1r2} & L_{s1} & M_{s1s2} & M_{s1t1} & M_{s1t2} \\ M_{s2R} & M_{s2S} & M_{s2T} & M_{s2r1} & M_{s2r2} & M_{s2s1} & L_{s2} & M_{s2t1} & M_{s2t2} \\ M_{t1R} & M_{t1S} & M_{t1T} & M_{t1r1} & M_{t1r2} & M_{t1s1} & M_{t1s2} & L_{t1} & M_{t1t2} \\ M_{t2R} & M_{t2S} & M_{t2T} & M_{t2r1} & M_{t2r2} & M_{t2s1} & M_{t2s2} & M_{t2t1} & L_{t2} \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Sabiendo la forma de la matriz y los resultados, se construye la matriz con los resultados obtenidos:

$$[L] = \begin{bmatrix} 2185,5 & 59,1 & 39,9 & -57,8 & -57,8 & -96,1 & 26,4 & -50,1 & 1365,4 \\ 59,1 & 836,3 & 59,1 & -69,0 & -69,0 & -112,4 & 10,1 & 69,0 & -69,0 \\ 39,9 & 59,1 & 546,5 & -50,1 & 1365,4 & -96,1 & 26,4 & -57,8 & -57,8 \\ -57,8 & -69,0 & -50,1 & 546,5 & -150,7 & -191,3 & -75,9 & -152,4 & -151,6 \\ -57,8 & -69,0 & 1365,4 & -150,7 & 546,5 & -191,3 & -75,9 & -152,4 & -151,6 \\ -96,1 & -112,4 & -96,1 & -191,3 & -191,3 & 836,4 & -150,7 & 191,3 & 191,3 \\ 26,4 & 10,1 & 26,4 & -75,9 & -75,9 & -150,7 & 0,0 & 75,9 & 75,9 \\ -50,1 & 69,0 & -57,8 & -152,4 & -152,4 & 191,3 & 75,9 & 546,5 & -150,7 \\ 1365,4 & -69,0 & -57,8 & -151,6 & -151,6 & 191,3 & 75,9 & -150,7 & 546,5 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

8. PRESUPUESTO

Se ha estimado una duración de proyecto de 1 cuatrimestre, debido a que esta supone la duración estimada en tiempo de un TFG.

Material:	Precio	Cantidad	Total
Licencia para máquina Comsol®Multiphysics 5.0 para Windows	1695,00	0,33	559,35
Licencia para máquina única AC/DC Module 5.0 para Windows	895,00	0,33	295,35
Office 365	69,00	0,33	22,77
Subtotal material			877,47

Personal:	Precio (€)/hora	horas	total
Estudiante en prácticas	7,8125	320	2500
Tutor de proyecto	10,9375	320	3500
Subtotal Personal			6000

Subtotal			6877,47
Impuesto (21%)			1444,27
Total			8321,73

El coste total para el proyecto con duración de 1 cuatrimestre (4 meses) es de 8321,74 euros.

9. RESUMEN Y CONCLUSIONES

8.1. Resumen

En el presente trabajo de fin de grado se ha realizado el cálculo de las inductancias propias y mutuas de un transformador Yz7 a partir de sus dimensiones geométricas en una simulación en elementos finitos mediante el software Comsol Multiphysics con un modelo en dos dimensiones.

Para llevar a cabo las simulaciones recogidas en este Trabajo ha sido necesario un aprendizaje del software Comsol Multiphysics, debido a que no se disponía de ningún conocimiento previo. Además, en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Carlos III no existen trabajos previos que aborden el tema propuesto en este Trabajo de Fin de Grado, por lo que se ha tenido que realizar un estudio previo para resolver las dudas que plantean el cálculo de un cortocircuito entre espiras en un transformador de configuración Yz.

En el presente Trabajo de Fin de Grado se han realizado comparativas del cálculo de impedancias en transformadores de potencia mediante el método clásico [1], que se basa en un modelo 2D con simetría axial y con intensidades en corriente continua, frente a un modelo 2D completo con intensidades en corriente alterna. Para ello, se han realizado varias simulaciones hasta observar la concordancia entre ambos casos. Sin embargo, para poder comparar estos procedimientos, se ha requerido el cálculo de una profundidad equivalente para el caso del modelo 2D completo para la igualdad de unidades ($[J]$ en el caso del modelo 2D axisimétrico, y $[J/m]$ en el modelo 2D completo).

Una vez adquiridos los conocimientos para el uso del software Comsol Multiphysics y los conocimientos teóricos previos para el cálculo de las impedancias propias y mutuas, se realizaron las simulaciones a partir de un modelo de referencia para su construcción en el software.

Como aprendizaje previo al cálculo de las impedancias propias y mutuas, se realizaron simulaciones para obtener el cálculo de la impedancia de cortocircuito mediante Comsol Multiphysics, con un modelo 2D axisimétrico en corriente continua, tal como se explica en [1]. Sin embargo, este modelo no resulta útil debido a la configuración zig-zag del arrollamiento de baja tensión del secundario, y por ello se decidió usar un modelo 2D completo del transformador en corriente alterna.

Para comprobar que el cálculo de impedancias mediante energía interna almacenada tiene suficiente precisión, se realizó la primera simulación y se calculó la impedancia de cortocircuito mediante este método y mediante enlaces de flujo. Tras comprobar que la precisión obtenida mediante el método de energía interna almacenada era adecuada para el estudio, se optó por continuar con este.

Una vez comprobada la precisión del método de las impedancias, se plantearon una serie de dudas para poder trabajar con el modelo 2D completo en corriente alterna a partir del modelo 2D axisimétrico: profundidad equivalente del modelo 2D axisimétrico respecto al modelo 2D completo para que las impedancias de cortocircuito se asemejen y que corriente alterna equivalente para obtener los mismos resultados que con corriente continua. Para contestar estas preguntas, se realizaron varias simulaciones con diferentes datos hasta llegar a las conclusiones definitivas, vistas en sus respectivos capítulos.

Tras comprobar que los resultados eran satisfactorios, se comenzó a realizar los cálculos de las inductancias propias y mutuas a partir de los resultados de las simulaciones.

8.2. Conclusiones

El estudio de un transformador Yz con un cortocircuito interno no puede hacerse a través de circuitos equivalentes y debe hacerse formulando el problema como un conjunto de arrollamientos acoplados con una serie de inductancias propias y mutuas.

El cálculo mediante Elementos Finitos de las inductancias propias y mutuas puede hacerse alimentando el transformador con corriente continua o con corriente alterna y en ambos casos se consiguen resultados semejantes.

El cálculo de las inductancias propias y mutuas utilizando el método de la energía magnética acumulada proporciona un error reducido, de tal manera que la impedancia de dispersión se puede calcular a partir de las impedancias propias y mutuas entre arrollamientos con un error reducido (en el caso del transformador estudiado el error fue del 0,15%).

Un transformador es un objeto tridimensional que debe ser modelado como tal. El uso de modelos 2D-planos para simular un transformador conlleva poco error cuando se desea calcular inductancias propias, sin embargo, el error aumenta mucho cuando se desea calcular inductancias mutuas, ya que no se puede utilizar la misma profundidad equivalente que en el caso de las inductancias propias y debe utilizarse una profundidad equivalente calculada exprofeso.

8.3. Sugerencias para trabajos futuros

Como se ha indicado en el apartado anterior, el cálculo de las inductancias mutuas a través de la energía magnética almacenada utilizando modelos 2D axisimétricos conlleva mucho error. Una solución al problema es calcular las inductancias utilizando la definición de las mismas (número de enlaces de flujo por cada amperio). El cálculo de la inducción en el interior de cada espira se puede hacer mediante modelos 2D planos y el cálculo de los enlaces de flujo concatenados se puede hacer integrando la inducción anteriormente calculada en la sección

recta del arrollamiento (esto es, una circunferencia). En este TFG no se ha abordado este aspecto por salirse del tiempo asignado a un TFG.

Otro aspecto interesante que puede ser abordado es la comprobación experimental de los resultados en un transformador real.

Por último, las inductancias calculadas pueden ser utilizadas para calcular las corrientes de cortocircuito que se derivan de un fallo interno entre espiras o entre espiras y tierra.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] K.Karsai, D.Kerényi, L.Kiss. *Large Power Transformers*, 1st ed. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1987.
- [2] L. Logfu, W. Ziya, T. Tiaosheng. "The Method Solving Short-circuit Impedance Between Two Interleave Windings in the Multi-winding Core-type Transformer with Finite Element Method", presentado en ICEMS'2001. Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems (IEEE Cat. No.01EX501), Shenyang, China, Agosto, 2001.
- [3] P. Bastard, P. Bertrand, M. Meunier. "A Transformer Model for Winding Fault Studies", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol 9, No 2, pp.690-699, abril, 1994.
- [4] P. Bertrand, A. Devalland, P. Bastard. "A Simulation Model for Transformer Internal Faults, Base for the Study of Protection and Monitoring Systems", presentado en 12th International Conference on Electricity Distribution, Birmingham, UK, mayo, 1993
- [5] V.Brabdwajn, H.M. Dommel, I. I. Dommel. "Matrix Representation of Three-Phase N-Winding Transformers". *IEEE Transactions on P.A.S.*, Vol: PER 2, pp. 1369-1378, junio, 1982.
- [6] J.L. Binard, J.C. Maun (1990). "Power Transformer Simulation Including Inrush Currents and Internal Faults", presentado en 3rd Conférence Internationale IMACS-TC1'90, Nancy, Francia, septiembre, 1990
- [7] H.M. Ahn, B.J. Lee, C.J. Kim, H.K.Shin, S.C. Hahn. "Finite Elements Modeling of Power Transformer for Short-circuit Electromagnetic Force analysis", presentado en 15th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), Sapporo, Japón, octubre, 2012.
- [8] N.Y. Abed, O.A. Mohammed. "Modeling and Characterization of Transformers Internal faults Using Finite Element and Discrete Wavelet Transforms", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol: 43, pp. 1425-1428, marzo, 2007.
- [9] D.L. Alvarez, J.A. Rosero, E.E. Mombello. "Analysis of Impedance Matrix in Transformer Windings Through the Finite Element Method", presentado en 2014 IEEE PES Transmission & Distribution Conference and Exposition- Latin America (PES T&A-LA), Medellin, Colombia, septiembre, 2014.
- [10] A.M. Darcherif, S. Prigent, J.L. Dedulle, P. Magnier, D. Scheurer. "Global Finite Element Model to Study Power Transformers Behaviour During and After Inner Electrical Faults. Application to Explosion and Fire Protection". Presentado en EUROCON 2005- The International Conference on "Computer as a Tool", Belgrado, Serbia, noviembre, 2005.
- [11] S. Jamali, M. adebili, K. Abbaszadeh. "Calculation of Short Circuit Reactance and Electromagnetic Forces in Three Phase Transformer by Finite Elements". Presentado en 2005 International Conference on Electrical Machines and Systems, Nanjing, China, septiembre, 2005

ANEXOS

A. Cálculo teórico de profundidad equivalente.

En este apartado se calculará una profundidad equivalente para el modelo 2D teniendo en cuenta el modelo con simetría axial. Para ello, se calcularán de forma manual las energías en ambos casos y se obtendrá la equivalencia de la profundidad.

Modelo 2D con simetría axial.

En este caso, el modelo usado para su cálculo se representa en la ilustración (a1.1):

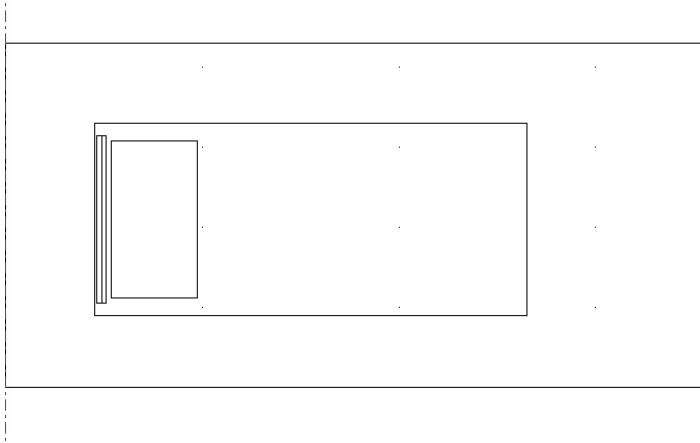


Ilustración 0.1: modelo 2D con simetría axial en Comsol Multiphysics.

En este modelo, la energía magnética almacenada en un diferencial de volumen se calcula como:

$$dW = \frac{1}{2} * \mu_0 * B^2 * dVol = \frac{1}{2} * \mu_0 * B^2 * h * 2\pi * r * dr \quad (a1.1)$$

La integral extendida al volumen se puede dividir en cinco integrales:

$$W_1 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_0^a 0 * 2\pi * r * dr = 0 \quad (a1.2)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_a^b B_{max}^2 * \left(\frac{r-a}{w_{BT}}\right)^2 * 2\pi * r * dr = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}}\right)^2 * 2\pi * \int_a^b (r^3 - 2ar^2 + a^2r)dr \quad (a1.3)$$

$$W_3 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_b^c B_{max}^2 * 2\pi * r * dr = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * B_{max}^2 * 2\pi * \int_b^c r * dr \quad (a1.4)$$

$$W_4 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_c^d B_{max}^2 * \left(\frac{d-r}{w_{AT}}\right)^2 * 2\pi * r * dr = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{AT}}\right)^2 * 2\pi * \int_c^d (r^3 - 2dr^2 + d^2r)dr \quad (a1.5)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_d^\infty 0 * 2\pi * r * dr = 0 \quad (a1.6)$$

Dado que las integrales (a1.2) y (a1.6) son cero, se desarrollan el resto.

La integral de la energía en el volumen 2 seria:

$$W_2 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}} \right)^2 * 2\pi * \left[\left(\frac{r^4}{4} - 2a * \frac{r^3}{3} + a^2 * \frac{r^2}{2} \right) \right]_a^b$$

$$W_2 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}} \right)^2 * 2\pi * \left(\frac{b^4}{4} - 2a * \frac{b^3}{3} + a^2 * \frac{b^2}{2} - \frac{a^4}{12} \right) \quad (a1.7)$$

La integral en el volumen 3 seria:

$$W_3 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * B_{max}^2 * 2\pi * \left[\left(\frac{r^2}{2} \right) \right]_b^c$$

$$W_3 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * B_{max}^2 * 2\pi * \left(\frac{c^2 - b^2}{2} \right) \quad (a1.8)$$

La integral en el volumen 4 seria:

$$W_4 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{AT}} \right)^2 * 2\pi * \left[\left(\frac{r^4}{4} - 2d * \frac{r^3}{3} + d^2 * \frac{r^2}{2} \right) \right]_a^b$$

$$W_4 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}} \right)^2 * 2\pi * \left(\frac{d^4}{12} - d^2 * \frac{c^2}{2} + 2d^2 * \frac{c^3}{3} - \frac{c^4}{4} \right) \quad (a1.9)$$

La energía total es la suma de todas:

$$W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 \quad (a1.10)$$

Modelo 2D completo.

El modelo usado para este caso es el mostrado en la ilustración (a2.1):

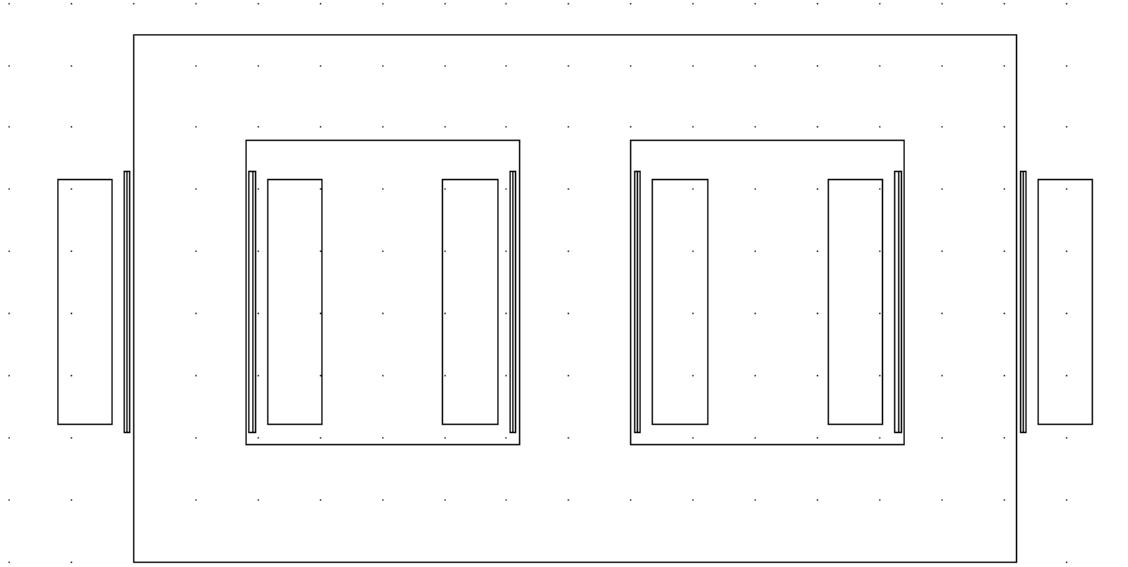


Ilustración 0.2: modelo 2D completo en Comsol Multiphysics.

En el modelo 2D completo la energía almacenada en un diferencial de volumen se calcula como:

$$dW = \frac{1}{2} * \mu_0 * B^2 * dVol = \frac{1}{2} * \mu_0 * B^2 * h * p * dr \quad (a2.1)$$

En este caso, p es la profundidad.

La integral extendida a todo el volumen se puede descomponer en cinco ecuaciones:

$$W_1 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_0^a 0 * 2\pi * p * dr = 0 \quad (a2.2)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_a^b B_{max}^2 * \left(\frac{r-a}{w_{BT}}\right)^2 * p * dr = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}}\right)^2 * p * \int_a^b (r^2 - 2ar + a^2) dr \quad (a2.3)$$

$$W_3 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_b^c B_{max}^2 * p * dr = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * B_{max}^2 * p * \int_b^c dr \quad (a2.4)$$

$$W_4 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_c^d B_{max}^2 * \left(\frac{d-r}{w_{AT}}\right)^2 * p * dr = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{AT}}\right)^2 * p * \int_c^d (r^2 - 2dr + d^2) dr \quad (a2.5)$$

$$W_5 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \int_d^\infty 0 * p * dr = 0 \quad (a2.6)$$

Dado que las integrales (a1.2) y (a1.6) son cero, se desarrollan el resto.

La integral de la energía en el volumen 2 sería:

$$W_2 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}}\right)^2 * p * \left[\left(\frac{r^3}{3} - 2a * \frac{r^2}{2} + a^2 r \right) \right]_a^b$$

$$W_2 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}}\right)^2 * p * \left(\frac{b^3}{3} - ab^2 + a^2 b - \frac{a^3}{3} \right) \quad (a2.7)$$

La integral en el volumen 3 seria:

$$W_3 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * B_{max}^2 * p * [(r)]_b^c$$

$$W_3 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * B_{max}^2 * p * (c - b) \quad (a2.8)$$

La integral en el volumen 4 seria:

$$W_4 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{AT}} \right)^2 * p * \left[\left(\frac{r^3}{3} - 2d * \frac{r^2}{2} + d^2 r \right) \right]_a^b$$

$$W_4 = \frac{1}{2} * \mu_0 * h * \left(\frac{B_{max}^2}{w_{BT}} \right)^2 * p * \left(\frac{d^3}{3} - \frac{c^3}{3} + dc^2 - d^2 c \right) (a2.9)$$

La energía total es la suma de todas:

$$W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 \quad (a2.10)$$